

1. ¿QUÉ ES UNA ECUACIÓN?

- Una ecuación es una igualdad entre dos expresiones que se cumple solo para determinados valores de la incógnita o incógnitas.
- Resolver una ecuación consiste en encontrar todos los valores que hacen cierta la igualdad.

Ejemplo:

$$2x + 3 = 7 \rightarrow x = 2$$

La incógnita suele representarse por x , aunque puede ser otra letra.

9. ECUACIONES EXPONENCIALES

Se basan en las propiedades de las potencias.

Pasos:

- Bupresar con la misma base (si es posible).
- Igualar exponentes.
- Resolver y comprobar.

Si las bases son distintas, se pueden usar logaritmos.

Ejemplo:

$$\begin{aligned} 2^{x+1} &= 8 = 2^3 \\ x+1 &= 3 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

8. ECUACIONES DE GRADO SUPERIOR A 2

Son ecuaciones polinómicas de grado $n \geq 3$.

Pasos:

- Buscar raíces (racionales, si es posible).
- Aplicar la regla de Ruffini para factorizar.
- Resolver las ecuaciones de menor grado.

Ejemplo (Ruffini):

$$\begin{aligned} x^3 - 6x^2 + 11x - 6 &= 0 \\ (x-1)(x-2)(x-3) &= 0 \\ x &= 1, 2, 3 \end{aligned}$$

Ecuaciones bicuadradas:

$$ax^4 + bx^2 + c = 0$$

- Hacer el cambio $t = x^2$ ($t \geq 0$).
- Resolver la ecuación de segundo grado en t .
- Volver a la variable x .

Ejemplo:

$$\begin{aligned} x^4 - 5x^2 + 4 &= 0 \\ t^2 - 5t + 4 &= 0 \\ t=1 \rightarrow x &= \pm 1 \\ t=4 \rightarrow x &= \pm 2 \end{aligned}$$

7. ECUACIONES CON VALOR ABSOLUTO

Se resuelven según la definición:

$$|A| = \begin{cases} A & \text{si } A \geq 0 \\ -A & \text{si } A < 0 \end{cases}$$

Pasos para resolver:

- Plantear los dos casos ($A \geq 0$ y $A < 0$).
- Resolver cada ecuación.
- Comprobar las soluciones.

Ejemplo:

$$\begin{aligned} |x-2| &= 3 \\ \begin{cases} x-2=3 \rightarrow x=5 \\ x-2=-3 \rightarrow x=-1 \end{cases} \end{aligned}$$

2. PRINCIPIOS DE EQUIVALENCIA

Si aplicamos la misma operación en ambos miembros, la ecuación no cambia.

1

Sumar o restar:

$$\text{Si } a = b \rightarrow a + c = b + c$$

2

Multiplicar o dividir:

$$\text{Si } a = b \rightarrow a \cdot c = b \cdot c \quad (c \neq 0)$$

3

Transposición de términos:

Podemos pasar términos de un miembro a otro cambiando su signo.

10. ECUACIONES LOGARÍTMICAS

Se usan las propiedades de los logaritmos.

Pasos:

- Aplicar propiedades.
- Expresar como una sola ecuación.
- Resolver la ecuación.
- Comprobar que las soluciones pertenecen al dominio.

Ejemplo:

$$\begin{aligned} \log(x-1) &= \log 5 \\ x-1 &= 5 \\ x &= 6 \\ \text{Dominio: } x &> 1 \end{aligned}$$

Recuerda:

$$\log A = \log B \rightarrow A = B$$

Ten en cuenta siempre el dominio.

ECUACIONES

1.º BACHILLERATO

"Despeja, transforma, comprueba"

6. ECUACIONES IRRACIONALES

La incógnita aparece dentro de un radical.

Pasos para resolver:

- Aislar el radical.
- Elevar ambos miembros al cuadrado (y repetir si es necesario).
- Resolver la ecuación resultante.
- Comprobar las soluciones (pueden aparecer soluciones extrañas).

Ejemplo:

$$\begin{aligned} \sqrt{x+1} &= 3 \\ x+1 &= 9 \\ x &= 8 \\ \text{Comprobación: } \sqrt{9} &= 3 \checkmark \end{aligned}$$

3. ECUACIONES DE PRIMER GRADO

Forma general: $ax + b = 0$ ($a \neq 0$)

Pasos para resolver:

- Aislar la incógnita.
- Realizar las operaciones.
- Comprobar la solución.

Ejemplo:

$$\begin{aligned} 3x - 5 &= 7 \\ 3x &= 12 \\ x &= 4 \end{aligned}$$

Casos particulares:

- $a \neq 0 \rightarrow$ una única solución: $x = -\frac{b}{a}$
- $a = 0, b = 0 \rightarrow$ infinitas soluciones.
- $a = 0, b \neq 0 \rightarrow$ ninguna solución.

4. ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

Forma general: $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$)

Fórmula general:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Discriminante: $\Delta = b^2 - 4ac$

- $\Delta > 0 \rightarrow$ 2 soluciones reales y distintas
- $\Delta = 0 \rightarrow$ 1 solución real (doble)
- $\Delta < 0 \rightarrow$ no hay soluciones reales

5. ECUACIONES RACIONALES

La incógnita aparece en el denominador.

Pasos para resolver:

- Hallar el dominio (denominadores $\neq 0$).
- Eliminar denominadores (multiplicando por el m.c.m.).
- Resolver la ecuación obtenida.
- Comprobar que las soluciones pertenecen al dominio.

Ejemplo:

$$\begin{aligned} \frac{1}{x-1} + \frac{2}{x} &= 3 \\ \text{Dominio: } x &\neq 0, x \neq 1 \\ \text{Multiplicamos por } x(x-1): \\ x + 2(x-1) &= 3x(x-1) \\ 3x^2 - 6x + 2 &= 0 \\ x &= 1 \pm \frac{\sqrt{3}}{3} \end{aligned}$$

Las mates también pueden ser divertidas



ORDEN + PRÁCTICA = RESULTADOS

Tú puedes



1. ¿QUÉ ES UN SISTEMA?

Un sistema de ecuaciones es un conjunto de dos o más ecuaciones con las mismas incógnitas. La solución es el conjunto de valores que verifica todas las ecuaciones a la vez.

Ejemplo:

$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases} \rightarrow (x, y) = (2, 1)$$

Representa dos rectas. La solución es su punto de corte.

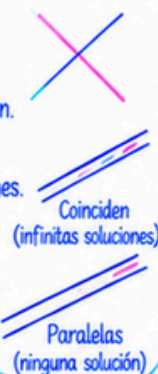
2. CLASIFICACIÓN

Según el número de soluciones:

Compatible determinado (S.C.D.) $\rightarrow$ Una única solución.

Compatible indeterminado (S.C.I.) $\rightarrow$ Infinitas soluciones.

Incompatible (S.I.) $\rightarrow$ Ninguna solución.



3. SISTEMAS 2 x 2

Forma general:

$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$

Se resuelven por:

- Sustitución
- Igualación
- Reducción (suma y resta)

Ejemplo:

$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases} \rightarrow (x, y) = (2, 1)$$

4. MÉTODOS DE RESOLUCIÓN (2 x 2)

Sustitución

1. Despejar una incógnita.
2. Sustituir en la otra ecuación.
3. Resolver y comprobar.

Ejemplo:

$$\begin{cases} y = 2x \\ 3x + y = 11 \end{cases} \rightarrow (x, y) = \left(\frac{11}{5}, \frac{22}{5}\right)$$

Igualación

1. Despejar la misma incógnita en ambas.
2. Igualar las expresiones.
3. Resolver y comprobar.

Ejemplo:

$$\begin{cases} y = 2x \\ y = 11 - 3x \end{cases} \rightarrow (x, y) = \left(\frac{11}{5}, \frac{22}{5}\right)$$

Reducción

1. Multiplicar si es necesario.
2. Sumar o restar las ecuaciones.
3. Resolver y comprobar.

Ejemplo:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ x - 3y = 1 \end{cases} \rightarrow (x, y) = \left(\frac{8}{3}, \frac{5}{9}\right)$$

SISTEMAS DE ECUACIONES

1.º BACHILLERATO

"Distintos caminos, la misma solución"

Más que ecuaciones, soluciones.

5. SISTEMAS DE TRES INCÓGNITAS (MÉTODO DE GAUSS)

1. Escribir la matriz ampliada.
2. Aplicar las operaciones elementales (Filas).
3. Obtener la forma escalonada.
4. Analizar el resultado y hallar la solución.

Ejemplo:

$$\begin{cases} x + y + z = 6 \\ 2x - y + z = 3 \\ x + 2y - z = 1 \end{cases} \rightarrow (x, y, z) = \left(\frac{9}{7}, \frac{15}{7}, \frac{18}{7}\right)$$

Tipos de resultado:

- S.C.D. $\rightarrow$ una única solución.
- S.C.I. $\rightarrow$ infinitas soluciones.
- S.I. $\rightarrow$ ninguna solución.

6. SISTEMAS NO LINEALES

Al menos una ecuación no es de primer grado.

Tipos más comunes:

- Sistemas con ecuaciones de segundo grado.
- Sistemas con valor absoluto.
- Sistemas con radicales.
- Sistemas racionales.

Se resuelven sustituyendo, igualando o transformando las ecuaciones.

Ejemplo:

$$\begin{cases} x^2 + y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases} \rightarrow (x, y) = (2, 1) \text{ y } (-1, -2)$$

7. SISTEMAS CON PARÁMETROS

El número de soluciones depende del valor del parámetro.

Pasos:

1. Resolver el sistema en función del parámetro.
2. Analizar los casos según los rangos.
3. Estudiar si es S.C.D., S.C.I. o S.I.

Ejemplo:

$$\begin{cases} x + ay = 1 \\ ax + y = 1 \end{cases}$$

Resultado:

- $a \neq \pm 1 \rightarrow$ S.C.D.
- $a = 1 \rightarrow$ S.C.I. (infinitas soluciones)
- $a = -1 \rightarrow$ S.I. (ninguna solución)

8. APLICACIONES

Problemas de la vida real:

- Mezclas y proporciones.
- Precios y cantidades.
- Movimientos.
- Geometría.

Las matemáticas también resuelven problemas del mundo real

Ejemplo:

En una papelería, 2 cuadernos y 3 bolígrafos cuestan 7 €, y 1 cuaderno y 2 bolígrafos cuestan 4 €. ¿Cuánto cuesta cada uno?

$\rightarrow$ Cuaderno: 2 € Bolígrafo: 1 €