

1 Polinomios

Definición

Un polinomio en la variable x es una expresión de la forma:

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0 \quad (a_n \neq 0)$$

- **Grado:** mayor exponente con coeficiente no nulo (n).
- **Coficiente principal:** a_n .
- **Término independiente:** a_0 .
- **Raíz (o cero):** a es raíz de $P(x)$ si $P(a) = 0$.

Los polinomios se suelen escribir ordenados de mayor a menor grado y completando con ceros los coeficientes que faltan.

Ejemplo:

$$P(x) = 2x^3 - 3x + 5$$

- Grado: 3
- Coef. principal: 2
- Término independiente: 5
- Raíces: $P(1) = 4 \neq 0$
 $P(2) = 3 \neq 0$

2 Operaciones con polinomios

Suma y resta

Se suman o restan los coeficientes de los términos semejantes.

$$(3x^2 - x + 5) + (x^2 + 4x - 2) = 4x^2 + 3x + 3$$

Multiplicación

Se aplica la propiedad distributiva.

$$(x+2)(x-3) = x^2 - 3x + 2x - 6 = x^2 - x - 6$$

Identidades notables (las más usadas)

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

Estas identidades son muy útiles para simplificar y factorizar polinomios.

3 División de polinomios y método de Ruffini

División de polinomios

$$P(x) = D(x) \cdot Q(x) + R(x)$$

- $D(x)$: divisor ($D(x) \neq 0$)
- $Q(x)$: cociente
- $R(x)$: resto, con $R(x) = 0$ o $\text{grado}(R) < \text{grado}(D)$

Ejemplo: Dividir $P(x) = x^3 - 3x^2 - 5x + 6$ entre $x - 2$

2	1	-3	-5	6
		2	-2	-14
	1	-1	-7	-8

Método de Ruffini (división entre $x - a$)

- 1 Ordenar el polinomio y completar coeficientes.
- 2 Colocar a la izquierda el valor a .
- 3 Bajar el primer coeficiente.
- 4 Multiplicar y sumar sucesivamente.
- 5 El último número es el resto y los anteriores son los coeficientes del cociente.

Cociente: $Q(x) = x^2 - x - 7$

Resto: $R = -8$

Ruffini es muy útil para buscar raíces y factores lineales.

4 Teoremas del resto y del factor

Teorema del resto

Al dividir $P(x)$ entre $x - a$, el resto es:

$$R = P(a)$$

Si $P(a) = 0$, podemos aplicar Ruffini con $x - a$ y reducir el grado del polinomio.

Teorema del factor

$$P(a) = 0 \Leftrightarrow (x - a) \text{ es un factor de } P(x).$$

a es una raíz de $P(x)$ si y solo si $x - a$ divide a $P(x)$.

POLINOMIOS FACTORIZACIÓN Y FRACCIONES ALGEBRAICAS

1º BACHILLERATO

C2 Academia

5 Factorización de polinomios

Pasos recomendados

- 1 Sacar factor común (si lo hay).
- 2 Reconocer identidades notables.
- 3 Buscar raíces y aplicar Ruffini.
- 4 Factorizar factores de segundo grado ($\Delta = b^2 - 4ac$).
- 5 Escribir el producto de factores y comprobar.

No todos los polinomios se pueden factorizar completamente en factores lineales reales.



Formas y casos habituales

- Factor común: $ax + ay = a(x + y)$
- Diferencia de cuadrados: $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$
- Trinomio cuadrado perfecto: $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$
- Trinomio de segundo grado: $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$ (si $\Delta \geq 0$)

Ejemplo:

$$x^2 - 5x + 6 = (x - 2)(x - 3)$$

(sus raíces son 2 y 3, $\Delta = 1 \geq 0$)

6 Fracciones algebraicas

Definición

Una fracción algebraica es el cociente de dos polinomios:

$$\frac{A(x)}{B(x)} \quad \text{con } B(x) \neq 0.$$

Siempre hay que indicar las restricciones: $B(x) \neq 0$.

Suma y resta

- 1 Calcular el mínimo común múltiplo (m.c.m.) de los denominadores.
- 2 Expresar cada fracción con el denominador común.
- 3 Sumar o restar los numeradores y simplificar.

Ejemplo:

$$\frac{1}{x-1} + \frac{2}{x+2} = \frac{(x+2) + 2(x-1)}{(x-1)(x+2)} = \frac{3x}{(x-1)(x+2)}$$

con $x \neq 1, x \neq -2$

Multiplicación

$$\frac{A(x)}{B(x)} \cdot \frac{C(x)}{D(x)} = \frac{A(x) \cdot C(x)}{B(x) \cdot D(x)}$$

División

$$\frac{A(x)}{B(x)} : \frac{C(x)}{D(x)} = \frac{A(x) \cdot D(x)}{B(x) \cdot C(x)}$$

con $B(x) \neq 0, C(x) \neq 0, D(x) \neq 0$.

Simplificación

Factorizar numerador y denominador y cancelar factores comunes.

$$\frac{x^2 - 1}{x^2 - x} = \frac{(x-1)(x+1)}{x(x-1)} = \frac{x+1}{x}$$

($x \neq 0, x \neq 1$).

C2 Academia

Galdakao y Astrabudua

Las mates también abren puertas



Piensa
Practica
Mejora
¡Tú puedes!