

1 Potencias

Definición

Para $n \in \mathbb{N}$, $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ factores}}$

Casos particulares

- $a^0 = 1$ ($a \neq 0$)
- $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ ($a \neq 0, n \in \mathbb{N}$)
- $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$ ($n > 0, m \in \mathbb{Z}$)

• La base puede ser negativa solo si el exponente es entero.

Condiciones

- Si el exponente es fraccionario, $a > 0$.
- Si el exponente es negativo, $a \neq 0$.

2 Propiedades de las potencias

- Producto: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
- Cociente: $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ ($a \neq 0$)
- Potencia de una potencia: $(a^m)^n = a^{mn}$
- Producto de bases: $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$
- Cociente de bases: $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ ($b \neq 0$)

Potencia de exponente racional:

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} \quad (n > 0, a > 0)$$

Mismas reglas, más resultados 😊

3 Logaritmos

Definición

$$\log_a b = c \Leftrightarrow a^c = b$$

Condiciones

- $a > 0$
- $a \neq 1$
- $b > 0$

Logaritmos especiales

$$\log x = \log_{10} x$$

(logaritmo decimal)

$$\ln x = \log_e x$$

(logaritmo natural)

El logaritmo indica el exponente al que hay que elevar la base para obtener un número.

4 Propiedades de los logaritmos

$$\text{Producto: } \log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$$

$$\text{Cociente: } \log_a \left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$$

$$\text{Potencia: } \log_a (x^n) = n \cdot \log_a x$$

$$\text{Cambio de base: } \log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a} \quad (b > 0, b \neq 1)$$

Condiciones

- Los argumentos deben ser positivos.
- Las bases deben ser positivas y distintas de 1.

5 Relación entre potencias y logaritmos

Son operaciones inversas

$$a^{\log_a x} = x \quad (x > 0)$$

$$\log_a (a^x) = x$$

Valores importantes

- $\log_a 1 = 0$
- $\log_a a = 1$

Mismas bases, más oportunidades

Un logaritmo es el exponente que "esconde" una potencia.

6 Errores frecuentes

- ✗ $\log_a (x + y) \neq \log_a x + \log_a y$
- ✗ $a^m + a^n \neq a^{m+n}$ (en general)
- ✗ No olvidar las condiciones de dominio ($a > 0, a \neq 1$ en logaritmos).
- ✗ El argumento de un logaritmo debe ser positivo.
- ✗ No se pueden simplificar logaritmos sumando o restando directamente.



¡Recuerda!

Las potencias y los logaritmos también se utilizan para resolver ecuaciones exponenciales y logarítmicas. Se estudiarán en el tema de Ecuaciones.

Paso a paso, también se llega muy lejos