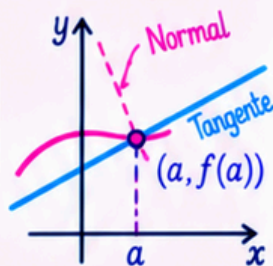


1 Tangente y normal

La recta tangente y la recta normal a la gráfica de f en $x = a$ son:

Tangente en a :

$$y - f(a) = f'(a)(x - a)$$



Normal:

- Pendiente $-\frac{1}{f'(a)}$ si $f'(a) \neq 0$.
- Si $f'(a) = 0$, la normal es $x = a$.

2 Crecimiento

En un intervalo del dominio de f :

- $f'(x) > 0 \Rightarrow f$ crece.
- $f'(x) < 0 \Rightarrow f$ decrece.

Busca los puntos críticos y separa las exclusiones del dominio.

Haz una tabla de signos de f' en los intervalos determinados por los críticos y las exclusiones.

Intervalo	$f'(x)$	Comportamiento de f
(a, b)	+	Crece
(b, c)	-	Decrece
(c, d)	+	Crece
...	...	...

3 Máximos y mínimos

Pueden hallarse analizando el cambio de signo de f' o con la segunda derivada.

Cambio de f' en a :

- $+ \ a \ - \Rightarrow$ máximo.
- $- \ a \ + \Rightarrow$ mínimo.

Criterio de la segunda derivada (si $f'(a) = 0$):

- $f''(a) > 0 \Rightarrow$ mínimo.
- $f''(a) < 0 \Rightarrow$ máximo.
- $f''(a) = 0 \Rightarrow$ no decide.

En los extremos del intervalo también pueden darse máximos o mínimos.

4 Curvatura e inflexión

CONVENIO DE ESTE CUADERNO:

- $f''(x) > 0$: cóncava hacia arriba ($\cup$).



- $f''(x) < 0$: convexa hacia abajo ($\cap$).



Punto de inflexión:

- Es un punto donde cambia la concavidad.
- Que $f''(a) = 0$ por sí solo no basta, hay que comprobar el cambio de concavidad.

APLICACIONES DE LAS DERIVADAS
1º BACHILLERATO
CIENCIAS + CCSS
C2 Academia

5 Optimización

Para resolver problemas de optimización:

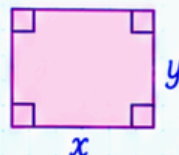
- 1 Define las variables y las restricciones del problema.
- 2 Escribe la función objetivo en una sola variable.
- 3 Calcula los puntos críticos.
- 4 Compara con los extremos del intervalo si están incluidos.
- 5 Responde con las unidades adecuadas y justifica la solución.

Máximos y mínimos sirven para resolver problemas reales. ♥

6 Ejemplo de área máxima

Halla el rectángulo de perímetro 20 m con área máxima.

- Variables: lados x e y .
- Restricción: $2x + 2y = 20 \Rightarrow y = 10 - x$.
- Objetivo: $A(x) = x(10 - x)$, $0 < x < 10$.
- Puntos críticos: $A'(x) = 10 - 2x = 0 \Rightarrow x = 5$ (entonces $y = 5$).
- Segunda derivada: $A''(x) = -2 < 0 \Rightarrow$ máximo.
- Área máxima: $A(5) = 5(10 - 5) = 25 \text{ m}^2$.



El rectángulo de área máxima es un cuadrado de 5 m de lado.