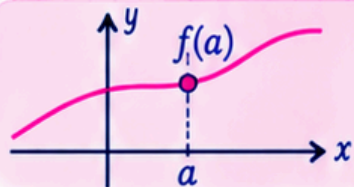


# 1 Continúa en un punto

Una función  $f$  es continua en  $x = a$  si:

- Existe  $f(a)$ .
- Existe  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ .
- Ambos coinciden:  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ .
- Equivalente:  $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$ .



La gráfica no tiene saltos ni huecos en  $x = a$ .

# 2 Dominio e intervalos

Polinomios

Son continuos en  $\mathbb{R}$ .

Racionales

Son continuos donde el denominador  $\neq 0$ .

Raíces y logaritmos

Son continuos en su dominio (deben estar definidas).

En extremos del intervalo

En los extremos del intervalo de definición se usa el límite lateral correspondiente.

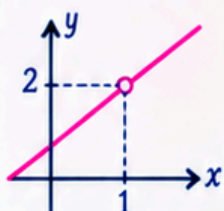
# 3 Discontinuidad evitable

Existe  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$  (finito), pero  $f(a)$  no existe o es distinto de  $L$ . Se puede "reparar" definiendo  $f(a) = L$ .

Ejemplo:

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}, \quad x \neq 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x + 1) = 2$$



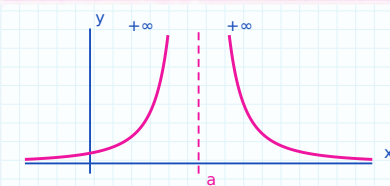
Hay un hueco en  $(1, 2)$ . Definiendo  $f(1) = 2$  la función sería continua.

# 4 Discontinuidades: salto e infinita

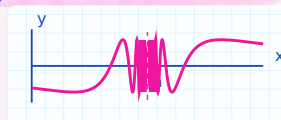
**Salto finito:** los límites laterales existen, son finitos y distintos.



**Infinita:** algún límite lateral tiende a  $+\infty$  o  $-\infty$ .



Si un lateral oscila sin límite, tampoco hay continuidad.



# CONTINUIDAD

1º BACHILLERATO

CIENCIAS + CCSS

C2 Academia

# 5 Funciones a trozos

1. Localiza los puntos de cambio.
2. Calcula los límites laterales en ellos.
3. Compara con el valor del punto.

Ejemplo:

$$f(x) = \begin{cases} x + k & \text{si } x < 1 \\ 3x & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

En  $x = 1$ :

- Límite izquierdo:  $\lim_{x \rightarrow 1^-} (x + k) = 1 + k$ .
- Límite derecho:  $\lim_{x \rightarrow 1^+} 3x = 3$ .
- Valor en el punto:  $f(1) = 3$ .

Es continua en  $x = 1 \Leftrightarrow 1 + k = 3 \Rightarrow k = 2$ .

Analiza la gráfica, los límites y el dominio. ¡Conecta las ideas! ♥

La continuidad es clave para estudiar límites, derivadas e integrales.



# 6 Parámetros y comprobación

- Para determinar valores de parámetros, iguala las expresiones de ambos lados solo después de calcular los límites.
- Revisa también los denominadores y demás restricciones (dominio).
- La continuidad no implica derivabilidad.

Ejemplo:  $f(x) = |x|$ .

Es continua en  $x = 0$ , pero no derivable (tiene una esquina).

