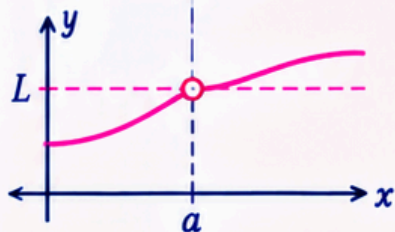


1 Idea y laterales

Decimos que $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$ si existen y valen L los dos límites laterales:

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = L \quad \text{y} \quad \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = L$$

El valor $f(a)$ puede ser distinto de L o incluso no existir.



La función se acerca a L por ambos lados, aunque tenga un hueco en $x=a$.

2 Sustituir primero

Si la expresión es continua y está definida en a , puedes calcular el límite sustituyendo directamente.

Ejemplo: $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + 1) = 2^2 + 1 = 5$

Solo si la función es continua en a y está definida puedes sustituir directamente.

Si la sustitución da un número definido, incluido 0, ese es el límite.

Si aparece $0/0$, transforma la expresión antes de volver a calcular.

3 Indeterminación $\frac{0}{0}$

Si al sustituir resulta $\frac{0}{0}$, factoriza y simplifica. Con raíces, utiliza el conjugado.

Ejemplo:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+2)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} (x+2) = 4$$

No cambies el dominio de la función original.

4 En el infinito

En cocientes de polinomios, compara los grados o divide por la mayor potencia del denominador.

Ejemplo:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 1}{x^2 - 2} = 3$$

(los términos de mayor grado son $3x^2$ y x^2)

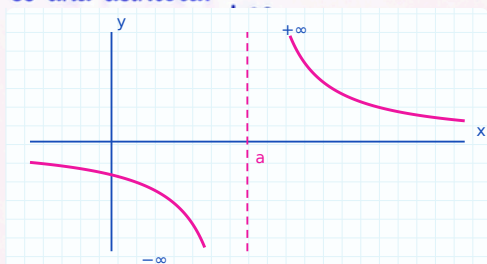
En formas del tipo $\infty - \infty$, transforma la expresión antes de calcular el límite.

5 Asíntotas verticales

La recta $x=a$ es una asíntota vertical si alguno de los límites laterales en a es $+\infty$ o $-\infty$.

$$x = a \quad \text{si} \quad \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \pm\infty \quad \text{o} \quad \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \pm\infty$$

Busca los puntos excluidos del dominio de la función. Un hueco (límite finito) no es una asíntota.



Analiza el dominio, sustituye, simplifica y estudia cada caso.

Los límites te ayudan a entender el comportamiento de una función.



6 Horizontales y oblicuas

• Asíntota horizontal:

$$y = L \quad \text{si} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = L \quad \text{o} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = L$$

• Asíntota oblicua:

La recta $y = mx + n$ es una asíntota oblicua si

$$\begin{cases} m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} & (\text{finito, no nulo}) \\ n = \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - mx) & (\text{finito}) \end{cases}$$

Estudia el comportamiento cuando $x \rightarrow +\infty$ y cuando $x \rightarrow -\infty$ por separado, ya que pueden aparecer asíntotas diferentes.