

1 ¿Qué son los números reales?

Los números reales ($\mathbb{R}$) son el conjunto de todos los números que podemos representar en la recta numérica.



Incluyen a los números racionales (enteros, fracciones, decimales) y a los irracionales (como $\sqrt{2}$, π , e , ...).

2 Conjuntos numéricos

$\mathbb{R}$ Números reales

$\mathbb{Q}$ Racionales

$\mathbb{Z}$ Enteros

$\mathbb{N}$ Naturales

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$$

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{p}{q} \mid p, q \in \mathbb{Z}, q \neq 0 \right\}$$

$\mathbb{I}$ Irracionales

$$\sqrt{2}, \pi, e, \dots$$

No se pueden expresar como fracción de enteros.

$$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I} \quad (\mathbb{Q} \cap \mathbb{I} = \emptyset)$$

Racionales e irracionales son conjuntos disjuntos y su unión forma $\mathbb{R}$.

3 Valor absoluto

El valor absoluto de un número real es su distancia al cero en la recta numérica.

$$|x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

Propiedades:

- $|x| \geq 0$
- $|x| = 0 \Leftrightarrow x = 0$
- $|-x| = |x|$
- $|x \cdot y| = |x| \cdot |y|$
- $\left| \frac{x}{y} \right| = \frac{|x|}{|y|} \quad (y \neq 0)$

Representa la distancia de x al origen.

4 Intervalos

Un intervalo es un conjunto de números reales comprendidos entre dos extremos.

Notación	Representación	Significado
$[a, b]$		Cerrado
(a, b)		Abierto
$[a, b)$		Cerrado en a, abierto en b
$(a, b]$		Abierto en a, cerrado en b
$(-\infty, a)$		Menores que a
$(a, +\infty)$		Mayores que a

Operaciones con intervalos:

- Unión: $A \cup B$ (números que están en A o en B)
- Intersección: $A \cap B$ (números que están en A y en B)

Con $\pm\infty$ siempre se usan paréntesis.

5 Radicales

La raíz n -ésima de un número a se define como el número real b que, elevado a n , da a .

$$\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow \begin{cases} b^n = a & b \geq 0 \text{ si } n \text{ es par} \\ b^n = a & \text{si } n \text{ es impar} \end{cases}$$

Condiciones de existencia en $\mathbb{R}$:

- Si n es impar $\rightarrow a \in \mathbb{R}$ (cualquier real).
- Si n es par $\rightarrow a \geq 0$ y $b \geq 0$ (raíz principal no negativa).

Casos particulares:

- $\sqrt{a} = \sqrt[2]{a} \quad (n=2, a \geq 0)$
- $\sqrt[3]{a} \quad (n=3, a \in \mathbb{R})$
- $\sqrt{a^2} = |a|$
- $\sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} |a| & \text{si } n \text{ par} \\ a & \text{si } n \text{ impar} \end{cases}$

Pequeños apuntes, grandes resultados

Las matemáticas también están en tu vida diaria

6 Propiedades de los radicales

Para $a, b \geq 0$ y $n, m \in \mathbb{N}$:

- Producto: $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$
- Cociente: $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}} \quad (b > 0)$
- Potencia: $(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$
- Raíz de una raíz: $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[nm]{a} \quad (n, m \in \mathbb{N}, \text{ definidas en } \mathbb{R})$
- Racionalización (ejemplo):

$$\frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}}{a} \quad (a > 0)$$

Estas propiedades te ayudan a operar, simplificar expresiones y resolver ecuaciones.

¡Recuerda!
Simplifica siempre que puedas.