JUNIO 2022 B1

El ayuntamiento de una determinada ciudad ha concedido la licencia para la construcción de una urbanización de a lo sumo 120 viviendas, de dos tipos A y B.

Para ello, la empresa constructora dispone de un capital máximo de 15 millones de euros. El coste de construcción de la vivienda de tipo A es 100.000€, y el de la del tipo B 300.000€. Además, el beneficio obtenido por la venta de una vivienda de tipo A asciende a 20.000€ y por una de tipo B a 40.000€.

	Coste de construcción	Beneficio
A	100.000 €	20.000 €
B	300.000 €	40.000 €

¿Cuántas viviendas de cada tipo deben construirse para obtener el máximo beneficio?
¿A cuánto asciende dicho beneficio máximo?

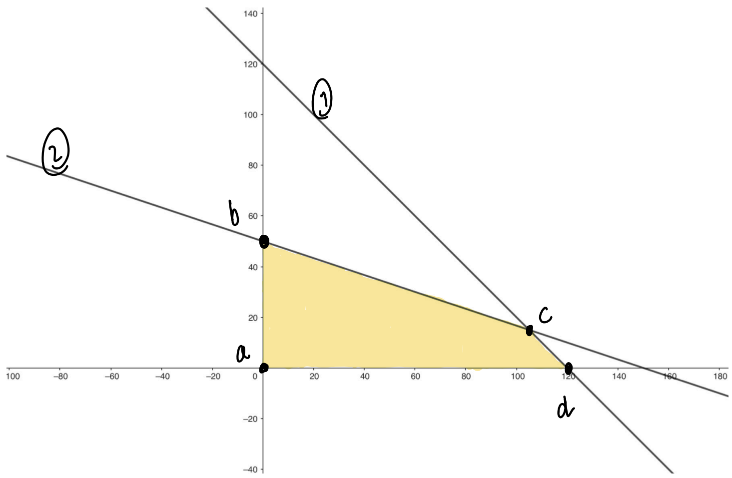
$$\left.\begin{array}{l} x+y \le 120 \\ 100.000x + 300.000y \le 15.000.000 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{l} x+y \le 120 \\ x+3y \le 150 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array}\right\} \longrightarrow \begin{array}{ll} y \le 120 - x & (1) \\ y \le \dfrac{150-x}{3} & (2) \end{array}$$

(1)

x	y
60	60
0	120
120	0

(2)

x	y
0	50
150	0
30	40



» para determinar cuál son los puntos...

$a \longrightarrow (0,0)$

$b \longrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y = \dfrac{150-x}{3} \end{cases} \longrightarrow b(0,50)$

$c \longrightarrow \begin{cases} y = 120-x \\ y = \dfrac{150-x}{3} \end{cases} \longrightarrow c(105,15)$

$d \longrightarrow (120,0)$

Para terminar, con la función $F(x,y) = 20.000x + 40.000y$ sabremos donde obtenemos el máximo de beneficio.

$F(0,0) = 20.000(0) + 40.000(0) = 0$

$F(0,50) = 20.000(0) + 40.000(50) = 2000000$

$F(105,15) = 20.000(105) + 40.000(15) = 2.100.000 + 600.000 = 2700000$

$F(120,0) = 20.000(120) + 40.000(0) = 2.400.000$

El beneficio se encuentra en 105 casas tipo A y 15 casas tipo B. El beneficio asciende a 2.700.000 €

JULIO 2022 A1

Se quiere obtener el máximo y el mínimo de la función $f(x,y) = 4x + 2y - 1$ en el recinto definido por las siguientes restricciones:

$$\begin{cases} y - x \leq 4 \\ y + 2x \geq 7 \\ -2x - y + 13 \geq 0 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Representa el recinto mencionado

Obtén los puntos en los que se alcanza el máximo y el mínimo de la función, así como los valores de la función en dichos puntos.

$y - x \leq 4 \longrightarrow y \leq 4 + x$ (1)

$y + 2x \geq 7 \longrightarrow y \geq 7 - 2x$ (2)

$-2x - y + 13 \geq 0 \longrightarrow -y \geq 2x - 13 \longrightarrow y \leq 13 - 2x$ (3)

Tienes que hacer una tabla de valores con cada ecuación

(1)

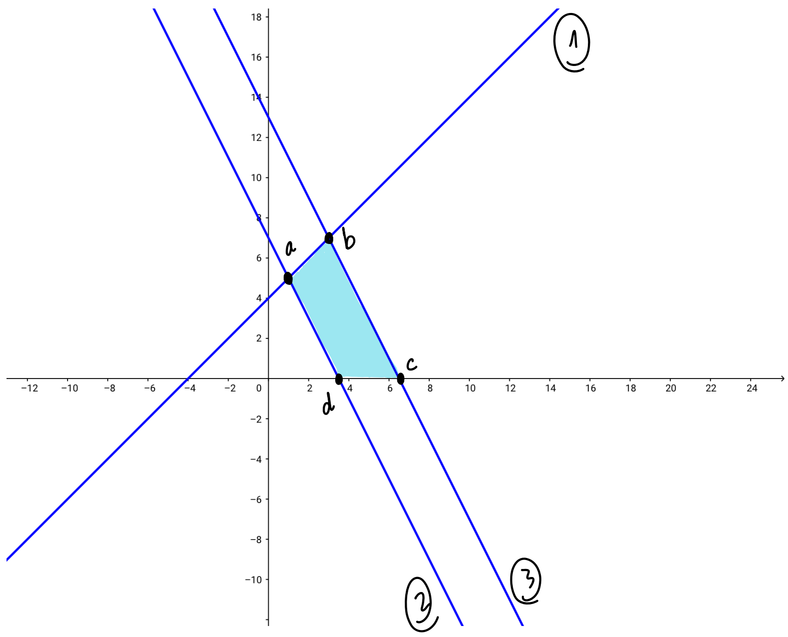
x	y
1	5
0	4

(2)

x	y
1	5
0	7

(3)

x	y
5	3
6	1



Para calcular los puntos que delimitan el área tenemos que realizar unos sistemas entre las rectas que se cortan

$a \rightarrow \begin{cases} y = 4 + x \\ y = 7 - 2x \end{cases} \longrightarrow a(1,5)$

$b \rightarrow \begin{cases} y = 4 + x \\ y = 13 - 2x \end{cases} \longrightarrow b(3,7)$

$c \rightarrow \begin{cases} y = 13 - 2x \\ y = 0 \end{cases} \longrightarrow c(6'5, 0)$

$d \rightarrow \begin{cases} y = 7 - 2x \\ y = 0 \end{cases} \longrightarrow d(3'5, 0)$

Para terminar tenemos que sustituir los 4 puntos dentro de la función $F(x,y) = 4x + 2y - 1$

$F(1,5) = 4(1) + 2(5) - 1 = 4 + 10 - 1 = 13$ → mínimo

$F(3,7) = 4(3) + 2(7) - 1 = 12 + 14 - 1 = 25$ } máximo

$F(6'5,0) = 4(6'5) + 2(0) - 1 = 26 - 1 = 25$ } máximo

$F(3'5,0) = 4(3'5) + 2(0) - 1 = 14 - 1 = 13$ → mínimo error (2)

JUNIO 2021 B1

Una empresa produce dos tipos de camisas con perlas blancas, grises y rosas. Para hacer una camisa del tipo A hacen falta 20 perlas blancas, 20 grises y 30 rosas, mientras que para una camisa del tipo B se necesitan 10 perlas blancas, 30 grises y 60 rosas.

La empresa dispone de un máximo de 900 perlas blancas y 1400 grises, y decide utilizar al menos 1800 perlas rosas.

Se sabe que el beneficio que se obtiene por cada camisa del tipo A es de 60 euros, y por cada camisa del tipo B de 50 euros.

Calcula cuantas unidades de cada tipo de camisa debe producir para obtener el máximo beneficio, así como el valor de dicho beneficio.

¿Es posible que la empresa fabrique 40 camisas del tipo A y 20 camisas del tipo B? Razona la respuesta.

	Blancas	Grises	Rosas
A(x)	20	20	30
B(y)	10	20	60
	900	1400	1800

inecuaciones $\longrightarrow$

$$\left.\begin{array}{l} 20x+10y \leq 900 \\ 20x+20y \leq 1400 \\ 30x+60y \geq 1800 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array}\right\} \longrightarrow$$

$$\left.\begin{array}{l} 2x+y \leq 90 \\ 2x+2y \leq 140 \\ 3x+6y \geq 180 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array}\right\} \longrightarrow \begin{array}{ll} y \leq 90-2x & (1) \\ y \leq \dfrac{140-2x}{2} & (2) \\ y \geq \dfrac{180-3x}{6} & (3) \end{array}$$

(1)

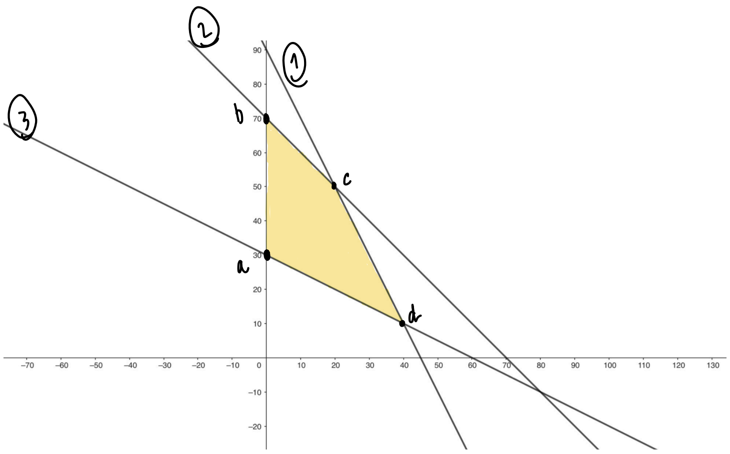
x	y
45	0
30	30
0	90

(2)

x	y
10	60
70	0
0	70

(3)

x	y
60	0
0	30
20	20



» calcular los puntos ...

$a \longrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=\dfrac{180-3x}{6} \end{cases} \longrightarrow a(0,30)$

$b \longrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=\dfrac{140-2x}{2} \end{cases} \longrightarrow b(0,70)$

$c \longrightarrow \begin{cases} y=90-2x \\ y=\dfrac{140-2x}{2} \end{cases} \longrightarrow c(20,50)$

$d \longrightarrow \begin{cases} y=90-2x \\ y=\dfrac{180-3x}{6} \end{cases} \longrightarrow d(40,10)$

Con la función objetivo $F(x,y)=60x+50y$ tenemos que comprobar cual de los puntos hace que logremos el máximo beneficio.

$F(0,30) = 60(0)+50(30) = 1500$

$F(0,70) = 60(0)+50(70) = 3500$

$F(40,10) = 60(40)+50(10) = 2400+500 = 2900$

$F(20,50) = 60(20)+50(50) = 1200+2500 = 3700$

Tiene que vender 20 camisetas de tipo A más 50 camisetas de tipo B para obtener el máximo beneficio de 3700€

el punto (40,20) no pertenece a la solución ya que no está dentro de la superficie que representa la solución.

JULIO 2021 A1

Se quiere obtener el máximo y el mínimo de la función $f(x, y) = 5x + 4y$ en el recinto definido por las siguientes restricciones:

$$\begin{cases} 2x + 3y \geq 6 \\ 2x + y \geq 5 \\ \cancel{0 \geq x \geq 4} \quad 0 \leq x \leq 4 \\ 0 \leq y \leq 5 \end{cases}$$

Representa el recinto mencionado

Obtén los puntos en que se alcanza el máximo y el mínimo de la función, así como los valores de esta en dichos puntos.

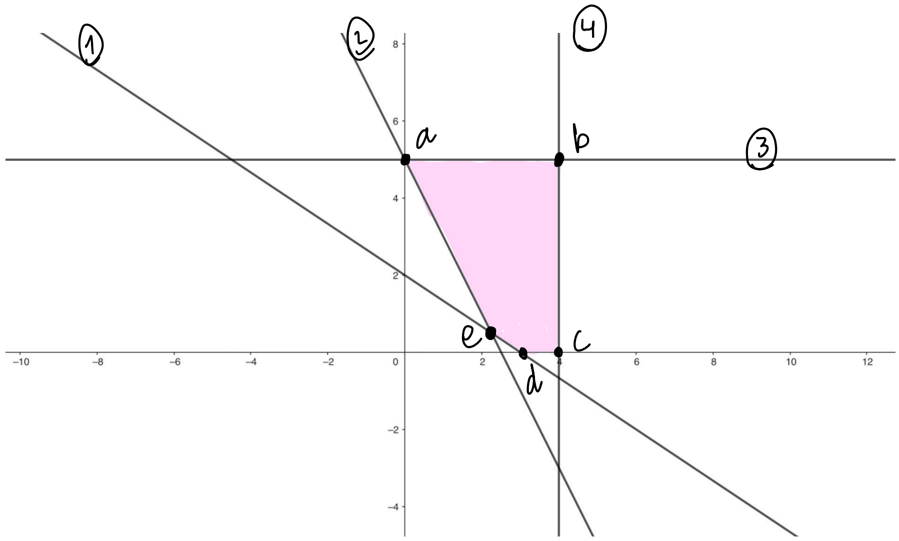
$$\begin{rcases} 2x+3y \geq 6 \\ 2x+y \geq 5 \\ 0 \leq x \leq 4 \\ 0 \leq y \leq 5 \end{rcases} \longrightarrow \begin{cases} y \geq \frac{6-2x}{3} & (1) \\ y \geq 5-2x & (2) \\ x \geq 0 & \\ x \leq 4 & (3) \\ y \geq 0 & \\ y \leq 5 & (4) \end{cases}$$

(1)

x	y
3	0
0	2

(2)

x	y
1	3
2	1
3	-1



Para determinar los puntos que definen el área ...

a $\rightsquigarrow \begin{cases} x=0 \\ y=5-2x \end{cases} \longrightarrow (0,5)$

b $\rightsquigarrow \begin{cases} y=5 \\ x=4 \end{cases} \longrightarrow (4,5)$

c $\rightsquigarrow \begin{cases} y=0 \\ x=4 \end{cases} \longrightarrow (4,0)$

d $\rightsquigarrow \begin{cases} y=0 \\ y=\frac{6-2x}{3} \end{cases} \longrightarrow (3,0)$

e $\rightsquigarrow \begin{cases} y=\frac{6-2x}{3} \\ y=5-2x \end{cases} \longrightarrow \left(\frac{9}{4}, \frac{1}{2}\right)$

Para terminar tenemos que sustituir los puntos que crean el área ... $F(x,y) = 5x+4y$

$F(0,5) = 5(0) + 4(5) = 20$

$F(4,5) = 5(4) + 4(5) = 20+20 = 40$ el punto máximo

$F(4,0) = 5(4) + 4(0) = 20$

$F(3,0) = 5(3) + 4(0) = 15$

$F\left(\frac{9}{4}, \frac{1}{2}\right) = 5\left(\frac{9}{4}\right) + 4\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{45}{4} + 2 = \frac{53}{4} = 13'25$ el punto mínimo

JUNIO 2020 B1

Un guía de turismo quiere adquirir tickets de diferentes actividades para sus clientes. En concreto, quiere comprar al menos 16 tickets para acudir a un museo, 20 para realizar una visita guiada y 16 para asistir a un espectáculo.

Dos agencias disponen de ofertas para dichos tickets combinados en paquetes:

La agencia A ofrece paquetes formados por 6 tickets para el museo, 4 para la visita guiada y 4 para el espectáculo, a 210€ cada paquete.

La agencia B ofrece paquetes formados por 4 tickets para el museo, 6 para la visita guiada y 4 para el espectáculo, a 230€ cada paquete.

¿Cuántos paquetes deberá comprar el guía a cada agencia para que su coste sea mínimo? ¿ A cuánto asciende dicho coste?

	Museo	Visita	espectaculo
Empresa A	6	4	4
Empresa B	4	6	4
	16	20	16

$$\left.\begin{array}{l} 6x+4y \geq 16 \\ 4x+6y \geq 20 \\ 4x+4y \geq 16 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array}\right\} \longrightarrow \begin{array}{ll} y \geq \dfrac{16-6x}{4} & (1) \\ y \geq \dfrac{20-4x}{6} & (2) \\ y \geq \dfrac{16-4x}{4} & (3) \end{array}$$

(1) →

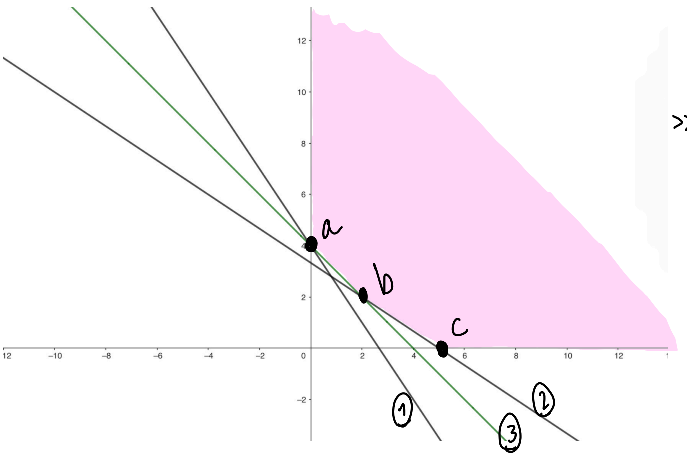
x	y
2	1
0	4

(2) →

x	y
5	0
2	2

(3) →

x	y
4	0
1	3



>> para determinar los puntos que definen el área ...

$$a \longrightarrow \begin{cases} y = \dfrac{16-6x}{4} \\ y = \dfrac{16-4x}{4} \end{cases} \longrightarrow (0,4)$$

$$b \longrightarrow \begin{cases} y = \dfrac{20-4x}{6} \\ y = \dfrac{16-4x}{4} \end{cases} \longrightarrow (2,2)$$

$$c \longrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ y = \dfrac{20-4x}{6} \end{cases} \longrightarrow (5,0)$$

Para terminar... tenemos que sustituir los puntos en la función y comprobar cual de ellos nos da el mínimo.

$F(x,y) = 210x + 230y$

$F(0,4) = 210(0) + 230(4) = 920$

$F(2,2) = 210(2) + 230(2) = 420 + 460 = 880$

$F(5,0) = 210(5) + 230(0) = 1050$

JULIO 2020 A1

Determina el valor máximo de la función objetivo $F(x, y) = 5x + 4y$ restringida por las siguientes condiciones:

$$\begin{cases} 2y - x \geq 0 \\ y \leq 2x - 3 \\ x + y \leq 9 \\ x \leq 4 \end{cases}$$

$$\left.\begin{aligned} 2y - x &\geq 0 \\ y &\leq 2x - 3 \\ x + y &\leq 9 \\ x &\leq 4 \end{aligned}\right\} \longrightarrow \begin{aligned} y &\geq \frac{x}{2} & (1) \\ y &\leq 2x - 3 & (2) \\ y &\leq 9 - x & (3) \\ x &\leq 4 & (4) \end{aligned}$$

(1)

x	y
2	1
0	0

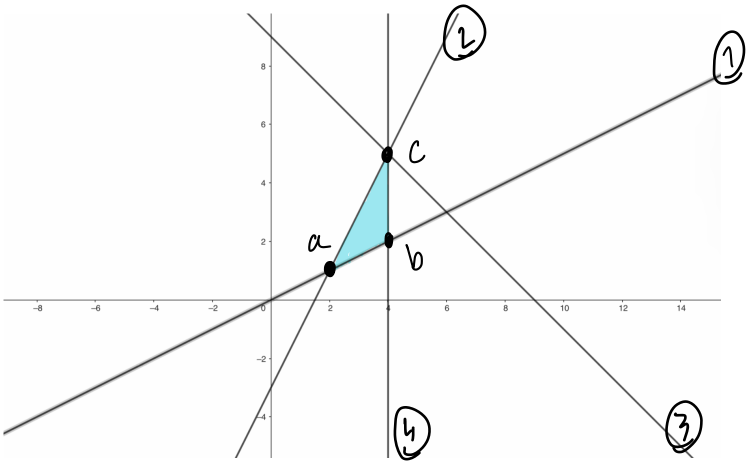
(2)

x	y
1	-1
0	-3

(3)

x	y
9	0
1	8

(4) Es una línea vertical por el $x = 4$



$$a \longrightarrow \begin{cases} y = \frac{x}{2} \\ y = 2x - 3 \end{cases} \longrightarrow (2, 1)$$

$$b \longrightarrow \begin{cases} y = \frac{x}{2} \\ x = 4 \end{cases} \longrightarrow (4, 2)$$

$$c \longrightarrow \begin{cases} y = 2x - 3 \\ x = 4 \end{cases} \longrightarrow (4, 5)$$

Para encontrar el valor máximo, tienes que sustituir los puntos en la función...

$F(x, y) = 5x + 4y$

$F(2, 1) = 5(2) + 4(1) = 10 + 4 = 14$

$F(4, 2) = 5(4) + 4(2) = 20 + 8 = 28$

$F(4, 5) = 5(4) + 4(5) = 20 + 20 = 40$ (máximo)

JUNIO 2019 A1
Una pastelera fabrica dos tipos de tartas. La tarta de tipo A se elabora con 1 kg. de masa y 1,5 kg. de chocolate, y se vende a 24 euros. La de tipo B se vende a 30 euros y se elabora con 1,5 kg. de masa y 1 kg. de chocolate.
Si la pastelera solo dispone de 300 kg. de cada ingrediente, ¿cuántas tartas ha de fabricar de cada tipo para obtener el máximo ingreso? Calcula el valor de dicho ingreso.

Lo primero que tienes que hacer es descubrir las restricciones del problema, así como la función que deberemos de maximizar o minimizar.
Las restricciones:

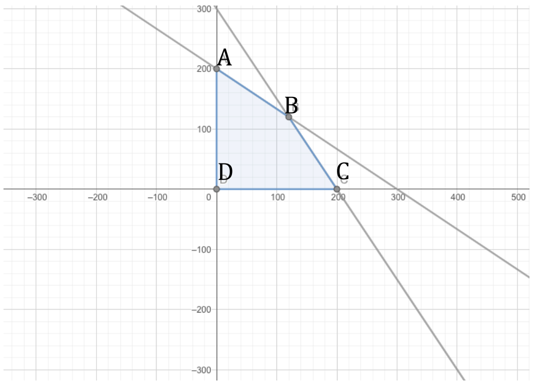
$x + \frac{3}{2}y \leq 300$

$\frac{3}{2}x + y \leq 300 \quad \rightarrow \textit{vamos a despejar la incognita } y \rightarrow \quad y \leq \frac{2(300-x)}{3}$

$y \leq 300 - \frac{3}{2}x$

$x \geq 0 \;\; ; \;\; y \geq 0$

La función que tenemos que maximizar: $f(x,y) = 24x + 30y$.
Cuando ya tenemos las restricciones tienes que crear una tabla de valores para representarlas.
Cuando ya tenemos la representación gráfica de nuestras restricciones tienes que decidir cuál es el área que cumple con todas.
Para eso tienes en el resumen que puedes encontrar en c2academia.com donde te lo explico paso a paso.



Cuando ya tienes determinado el área que cumple con todas las restricciones, debes de encontrar los puntos que delimitan esa área.

$$A \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = \dfrac{600-2x}{3} \end{cases} \rightarrow A(0,200)$$

$$B \rightarrow \begin{cases} y = \dfrac{600-2x}{3} \\ y = 300 - \dfrac{3}{2}x \end{cases} \rightarrow B(120\,,120)$$

$$C \rightarrow \begin{cases} y = 0 \\ y = 300 - \dfrac{3}{2}x \end{cases} \rightarrow C(200{,}0)$$

$D \rightarrow (0{,}0)$

Cuando ya tienes todos los puntos que delimitan el área, tienes que sustituirlos en la función que quieres maximizar, para ver qué valor es el que te da máximo:
En este caso en concreto

$$f(x,y) = 24x + 30y \rightarrow B(120{,}120) \rightarrow 24(120) + 30(120) = 6480.$$

JULIO 2019 A1

Sea la región definida por las inecuaciones:

$$x + y - 1 \geq 0 \;\; ; \;\; 0 \leq x \leq 4 \;\; ; \;\; 0 \leq y \leq 2$$

Determinar los puntos de dicha región en los que la función $F(x, y) = 4x + 2y$ alcanza sus valores máximo y mínimo. Calcular los valores de la función en dichos puntos.

Lo primero que tienes que hacer es representar todas las inecuaciones y despejar la incógnita ''y'' de cada ecuación:

$x + y - 1 \geq 0 \rightarrow y \geq 1 - x$

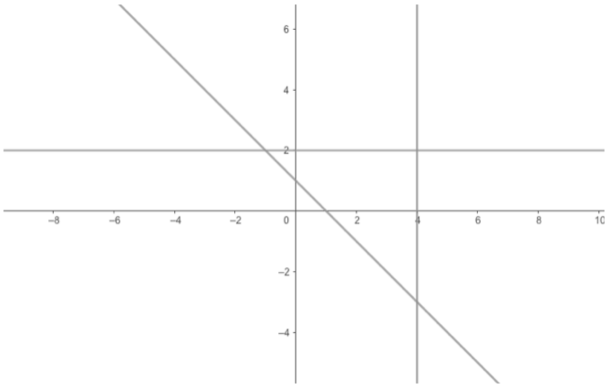
$0 \leq x$

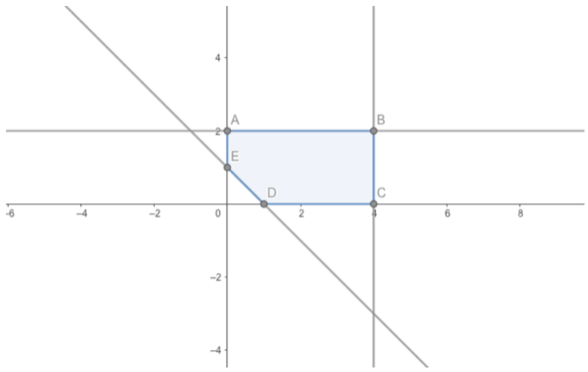
$x \leq 4$

$0 \leq y$

$y \leq 2$

Una vez tengas las ecuaciones, haz una tabla de valores para las inecuaciones que tengan dos incógnitas. En este caso únicamente con la primera inecuación y después represéntalas:





Recuerda que para saber que parte del plano tienes que pintar debes de fijarte en el signo de desigualdad de cada inecuación, tienes todo explicado en el resumen para que sepas el procedimiento.

Ahora lo que tienes que hacer es determinar los puntos que delimitan el área.

En este caso como todos los puntos, son puntos exactos el procedimiento es muy rápido y sencillo siempre que tengas un buen gráfico.

$$A \rightarrow (0,2) \quad B \rightarrow (4,2) \quad C \rightarrow (4,0) \quad D \rightarrow (1,0) \quad E \rightarrow (0,1)$$

Para terminar tienes que buscar cuál de los puntos anteriores es el que nos da el máximo y cuál es el mínimo.

$$A \rightarrow (0,2) \rightarrow F(0,2) = 4(0) + 2(2) = 4$$
$$B \rightarrow (4,2) \rightarrow F(4,2) = 4(4) + 2(2) = 20$$
$$C \rightarrow (4,0) \rightarrow F(4,0) = 4(4) + 2(0) = 16$$
$$D \rightarrow (1,0) \rightarrow F(1,0) = 4(1) + 2(0) = 4$$
$$E \rightarrow (0,1) \rightarrow F(0,1) = 4(0) + 2(1) = 2$$

Como puedes observar el máximo se alcanza en $B \rightarrow (4,2) \rightarrow F(4,2) = 4(4) + 2(2) = 20$

Por otro lado, el mínimo se alcanza en $E \rightarrow (0,1) \rightarrow F(0,1) = 4(0) + 2(1) = 2$

JUNIO 2018 A1

Considérense las siguientes desigualdades en el plano XY cuando
$x \geq 0\ ,\ y \geq 0.$

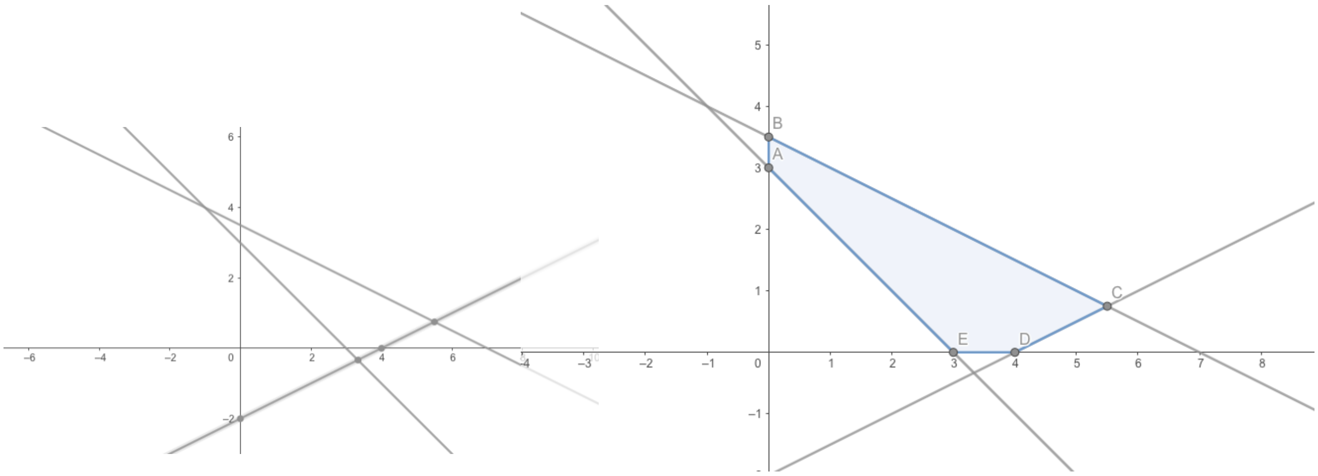
$$x + 2y \leq 7\ \ ;\ \ x + y \geq 3\ \ ;\ \ 2y - x \geq -4$$

Dibuja el recinto restringido por las desigualdades anteriores en el plano XY.
Encuentra el máximo de la función $F(x, y) = 2x + 3y$ en el recinto del apartado anterior

$$x + 2y \leq 7 \rightarrow y \leq \frac{7 - x}{2}$$
$$x + y \geq 3\ \rightarrow y \geq 3 - x$$
$$2y - x \geq -4 \rightarrow y \geq \frac{-4 + x}{2}$$

Ahora tienes que hacer una tabla de valores con cada una de las rectas que tienes en amarillo. Recuerda que, para hacer las cosas más sencillas, cuando tengas una fracción, procura dar valores a la incógnita ''x'' que hagan que ''y'' sea un valor exacto.

Cuando ya tenemos las rectas representadas tenemos que decidir qué parte del plano tiene que dibujarse con cada una de ellas. Recordad para ello la explicación en función del signo de desigualdad. Lo puedes encontrar en c2academia.com



Y ahora tienes que calcular los puntos de intersección que limita el área.

$$A \rightarrow \begin{cases} y = 3 - x \\ x = 0 \end{cases} \quad B \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = \dfrac{7 - x}{2} \end{cases}$$

$$C \rightarrow \begin{cases} y = \dfrac{7 - x}{2} \\ y = \dfrac{-4 + x}{2} \end{cases} \quad D \rightarrow \begin{cases} y = 0 \\ y = \dfrac{-4 + x}{2} \end{cases} \quad E \rightarrow \begin{cases} y = 0 \\ y = 3 - x \end{cases}$$

$$A \rightarrow (0{,}3) \quad B \rightarrow (0{,}3'5) \quad C \rightarrow (0'75\ ,5{,}5) \quad D \rightarrow\ \ (4{,}0) \quad E \rightarrow (3{,}0)$$

Ahora tienes que analizar qué punto nos da el máximo para esta función: $F(x, y) = 2x + 3y$
Y como podemos compra el punto C es el que mayor valor nos da y por tanto el máximo.

$$C \rightarrow F(0'75\ , 5'5) = 2 \cdot 0{,}75 + 3 \cdot 5'5 = 1{,}5 + 16{,}5 = 18$$

JULIO 2018 A1

Un vehículo utiliza como combustible una mezcla de gasolina y queroseno. Se deben cumplir las restricciones: (I) La capacidad del depósito es de 10 litros; (II) la cantidad G (en litros) de gasolina debe ser, como mínimo, $\frac{2}{3}$ de la de queroseno K, donde $k \geq 0$; (III) un litro de gasolina cuesta 1 € y uno de queroseno 0,5 €, siendo 8 € el limite de gasto total. Responder las siguientes cuestiones:
Dibuja la región del plano en la que las cantidades de litros de gasolina y queroseno son compatibles con las restricciones.
La función $F(G,K) = 8G + 5K$ representa la distancia, en kilómetros, recorrida por el vehículo en función de los consumos de gasolina y queroseno.
Calcular los valores óptimos compatibles con las restricciones y que le permiten recorrer mayor distancia.

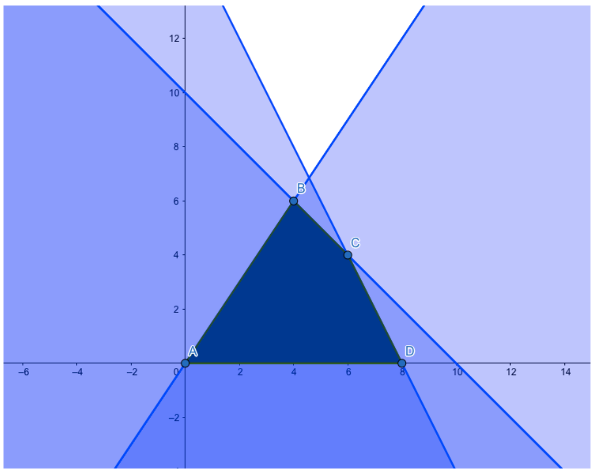
$$x \rightarrow Gasolina \;\; ; \;\; y \rightarrow Queroseno$$

$x + y \leq 10$
$x \geq \frac{2}{3}y$
$x + 0{,}5y \leq 8$
$x \geq 0$
$y \geq 0$

Ahora lo que vamos a hacer es despejar, de cada una de las ecuaciones que tiene dos incógnitas, la incógnita y:

$x + y \leq 10 \rightarrow \boldsymbol{y \leq 10 - x}$
$x \geq \frac{2}{3}y \rightarrow \boldsymbol{y \leq \frac{3}{2}x}$
$x + 0{,}5y \leq 8 \rightarrow \boldsymbol{y \leq 16 - 2x}$

Hacemos una tabla de valores con cada ecuación para poder representarla en los ejes de coordenadas y por último, recordamos el truco del símbolo de la inecuación para saber que parte del plano tenemos que pintar:
Ahora para terminar tenemos que calcular los puntos de intersección que forman la región que es solución del ejercicio:



$A = (0{,}0)$

$B = \begin{cases} y = \frac{3}{2}x \\ y = 10 - x \end{cases} \rightarrow \frac{3}{2}x = 10 - x \rightarrow 3x = 20 - 2x \rightarrow 5x = 20 \rightarrow x = 4$

Sabiendo que $x = 4 \rightarrow y = \frac{3}{2}(4) \rightarrow y = 6 \rightarrow B(4{,}6)$

$C = \begin{cases} y = 16 - 2x \\ y = 10 - x \end{cases} \rightarrow 16 - 2x = 10 - x \rightarrow x = 6 \rightarrow por\ tanto \rightarrow y = 10 - x \rightarrow y = 4 \rightarrow C(6{,}4)$

$D = \begin{cases} y = 0 \\ y = 16 - 2x \end{cases} \rightarrow D(8{,}0)$

$F(G,K) = 8G + 5K$
$\rightarrow$ *ahora en la fución objetivo vemos que valor hace mas grande el resultado y por tanto, tendremos la mayor distancia.*

$$F(G,K) = 8G + 5K \rightarrow A(0{,}0) \rightarrow 0$$
$$F(G,K) = 8G + 5K \rightarrow B(4{,}6) \rightarrow 62$$
$$F(G,K) = 8G + 5K \rightarrow C(6{,}4) \rightarrow 68$$
$$F(G,K) = 8G + 5K \rightarrow D(8{,}0) \rightarrow 64$$

JUNIO 2017 B1

Para optimizar las ganancias un agricultor debe repartir sus 10 áreas de terreno cultivando una cierta superficie de pimientos P y tomates T. Descontando gastos, el beneficio por área de pimiento es de 200 € y de tomates 250€. Diariamente hay 180 litros de agua para regar todo el terreno; un área de pimiento consume 10 litros mientras que una de tomate consume 20 litros.
La siembra de un área de pimiento cuesta 20 € y de una de tomate 10 €, siendo el presupuesto disponible 160€.
Dibuja el recinto de posibles repartos de la superficie respetando las restricciones del problema.
Escribe la función que calcula el beneficio y encuentra el valor en el que se alcanza el máximo. Calcula dicho máximo.

Primero tenemos que sacar las restricciones del problema:

$$x \rightarrow P$$
$$y \rightarrow T$$

$$x + y \leq 10$$
$$10x + 20y \leq 180$$
$$20x + 10y \leq 160$$

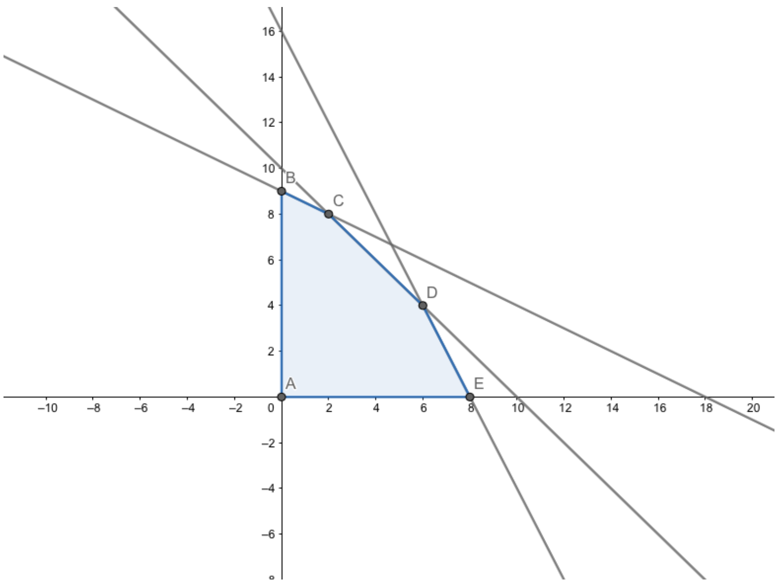
La función $F(x, y) = 200x + 250y$

Lo que vas hacer ahora es despejar de todas las ecuaciones que tengan dos incógnitas, ''x'' e ''y'' la incógnita ''y'' para posteriormente poder crear una tabla de valores y dibujarla.

$$x + y \leq 10 \rightarrow y \leq 10 - x$$
$$10x + 20y \leq 180 \rightarrow y \leq \frac{180 - 10x}{20}$$
$$20x + 10y \leq 160 \rightarrow y \leq \frac{160 - 20x}{10}$$

Ahora tenemos que analizar que parte del plano tenemos que pintar en cada caso para cada una de las rectas. De esta forma veremos la solución final:

Ahora determinamos los puntos:



$$A \rightarrow (0,0)$$
$$B \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = \dfrac{180 - 10x}{20} \end{cases} \rightarrow (0,9)$$
$$C \rightarrow \begin{cases} y = \dfrac{180 - 10x}{20} \\ y = 10 - x \end{cases} \rightarrow (2,8)$$
$$D \rightarrow \begin{cases} y = \dfrac{160 - 20x}{10} \\ y = 10 - x \end{cases} \rightarrow (6,4)$$
$$E \rightarrow \begin{cases} y = 0 \\ y = \dfrac{160 - 20x}{10} \end{cases} \rightarrow (8,0)$$

Para terminar, buscamos que punto nos da el máximo en $F(x, y) = 200x + 250y \rightarrow C(2,8)$

$$F(2,8) = 200 \cdot 2 + 250 \cdot 8 = 400 + 2000 = 2400$$

JULIO 2017 A1
Sean las cuatro inecuaciones lineales:

$$4y - x \geq 4 \quad ; \quad 2y - x \leq 6 \quad ; \quad y - x \leq 1 \quad ; \quad 2y + x \leq 8$$

Dibuja el recinto limitado por las inecuaciones. ¿Qué inecuación no sirve?
¿Cuál es el máximo de la función $F(x, y) = 3x - 2y$ en el recinto definido en el apartado anterior?

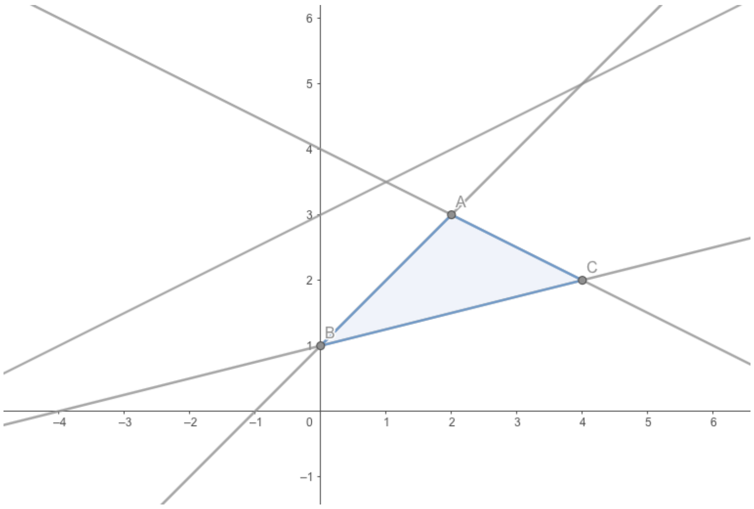
$$4y - x \geq 4 \rightarrow y \geq \frac{4 + x}{4}$$
$$2y - x \leq 6 \rightarrow y \leq \frac{6 + x}{2}$$
$$y - x \leq 1 \rightarrow y \leq 1 + x$$
$$2y + x \leq 8 \rightarrow y \leq \frac{8 - x}{2}$$

Ahora tenemos que analizar qué espacio es el que cumple con todas las restricciones:

Ahora que ya vemos en imagen el área podemos decir que ecuación es la que no es necesaria:

$$2y - x \leq 6$$

Ahora vamos a determinar los puntos que forman el área:



$$A \rightarrow \begin{cases} y = 1 + x \\ y = \dfrac{4 + x}{4} \end{cases} \rightarrow (2,3)$$

$$B \rightarrow (0,1)$$

$$c \rightarrow \begin{cases} y = \dfrac{4 + x}{4} \\ y = \dfrac{8 - x}{2} \end{cases} \rightarrow (4,2)$$

Ahora sabiendo cuales son los puntos que limitan el área, tenemos que determinar cuál es el que nos da el máximo en la siguiente función: $F(x, y) = 3x - 2y$

Como podemos comprobar el punto $C(4,2) \rightarrow 3 \cdot 4 - 2 \cdot 2 = 8$ este es el máximo.

JUNIO 2016 A1

A la compañía de transportes que lleva a la escuela municipal los 160 jóvenes de su alumnado, un servicio de un autobús de 40 plazas le supone un gasto de 120€ y uno de un microbús de 20 plazas solo 80€. Se debe decidir el número de autobuses X y microbuses Y que transporten a todo el alumnado, minimizando el gasto y cumpliendo ciertas limitaciones: la compañía solo cuenta con 5 conductores de autobús (aptos para conducir microbuses) y otros 7 conductores de microbús (no aptos para conducir autobuses). Además, las autoridades de tráfico obligan a que circulen al menos el doble de microbuses que de autobuses. Se pide:

a) Representar en el plano XY la región de soluciones factibles del problema.
b) Encontrar el numero óptimo de autobuses X y microbuses Y que minimizan el gasto de la empresa y cumplen con las restricciones. Calcular dicho gasto.

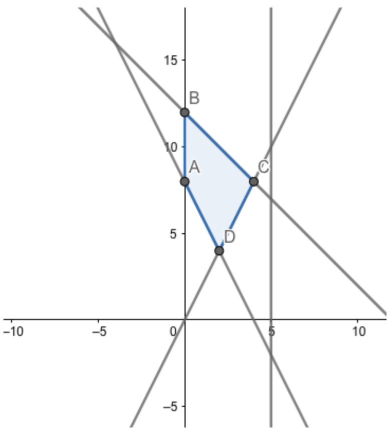
$$\begin{gathered} Autobus\ (40\ plazas) \rightarrow x \\ Microbus\ (20\ plazas) \rightarrow y \\ 40x + 20y \geq 160 \\ x \leq 5 \\ y \leq 12 - x \\ 2x \leq y \end{gathered}$$

Date cuenta de que en total tenemos 12 conductores que pueden conducir microbuses, pero si resulta que un conductor elige llevar un autobús tenemos que quitar uno para poder llevar el microbús.

La función $F(x, y) = 120x + 80y$

$40x + 20y \geq 160 \rightarrow y \geq \dfrac{160 - 40x}{20} \rightarrow y \geq 8 - 2x$
$x \leq 5$
$y \leq 12 - x$
$2x \leq y$

Una vez hemos representado cada una de las rectas, tenemos que decidir en base al signo de desigualdad que parte del plano pintar.



Ahora vamos a determinar los puntos que delimitan el área:

$A \rightarrow (0,8)$
$B \rightarrow (0,12)$
$D \rightarrow \begin{cases} y = \dfrac{160 - 40x}{20} \\ y = 2x \end{cases} \rightarrow (2,4)$
$C \rightarrow \begin{cases} y = 12 - x \\ y = 2x \end{cases} \rightarrow (4,8)$

Para terminar, determinamos que punto hace que sea máxima la siguiente función:

$$F(x, y) = 120x + 80y \rightarrow D\ es\ quien\ hace\ maxima\ la\ función, es\ decir, 560$$

JULIO 2016 A1

Consideramos la función lineal $F(x,y) = 15x + 6y$ definida en el plano XY y las siguientes restricciones:

$$6 \leq 2x + 3y \leq 29, \quad 0 \leq y \leq -1 + 2x, \quad 5x + 2y \leq 45$$

Dibujar en el plano XY la región de soluciones factibles que cumplen las restricciones.

Halla los máximos y mínimos de la función $F(x,y)$en la región descrita en el apartado anterior.

Lo primero que tenemos que hacer es sacar las restricciones:

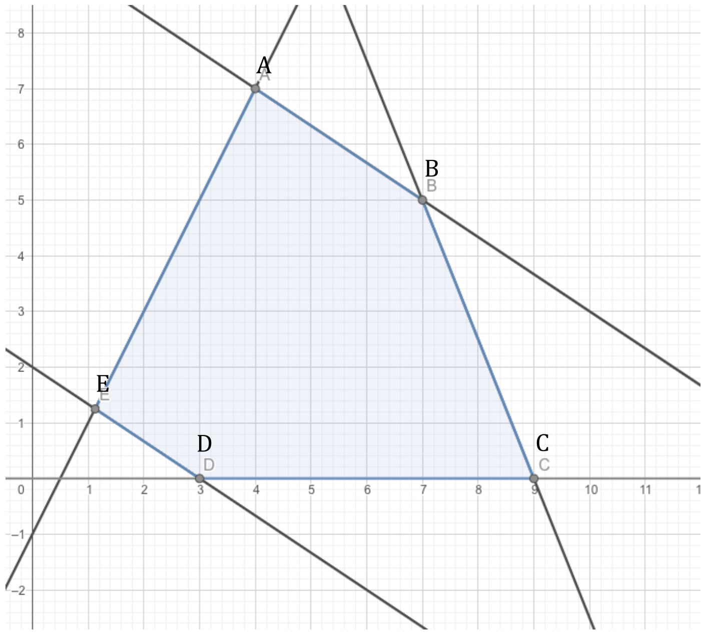
$$\begin{array}{c} 6 \leq 2x + 3y \\ 2x + 3y \leq 29 \\ 0 \leq y \\ y \leq -1 + 2x \\ 5x + 2y \leq 45 \end{array} \quad \textit{Ahora despejamos la y de cada ecuación para representar} \quad \begin{array}{c} y \geq \dfrac{6-2x}{3} \\ y \leq \dfrac{29-2x}{3} \\ 0 \leq y \\ y \leq -1 + 2x \\ y \leq \dfrac{45-5x}{2} \end{array}$$

Cuando ya tenemos las ecuaciones, hacemos una tabla de valores con cada una de ellas para hacer su representación gráfica.

Cuando ya tenemos hecha la representación de cada línea tenemos que determinar cuál es el área que da solución a todas las restricciones.

Recuerda que para decidir cuál es el área que cumple todas las restricciones tienes unas pautas en el resumen que te dejo en la página web de la academia c2academia.com

Una vez sepas cual es el área que da solución a todas tus restricciones, tenemos que pasar a calcular cuales son los vértices que determinan esa área.



Ahora para determinar los puntos:

$$A \rightarrow \begin{cases} 2x + 3y = 29 \\ y = -1 + 2x \end{cases} \rightarrow A(4,7)$$

$$B \rightarrow \begin{cases} 5x + 2y = 45 \\ 2x + 3y = 29 \end{cases} \rightarrow B(7,5)$$

$$C \rightarrow \begin{cases} y = 0 \\ 5x + 2y = 45 \end{cases} \rightarrow C(9,0)$$

$$D \rightarrow \begin{cases} y = 0 \\ 6 = 2x + 3y \end{cases} \rightarrow D(3,0)$$

$$E \rightarrow \begin{cases} 6 = 2x + 3y \\ y = -1 + 2x \end{cases} \rightarrow E\left(\frac{9}{8}, \frac{10}{8}\right)$$

Procedimiento para el punto E:

$$6 = 2x + 3(-1 + 2x) \rightarrow$$

$$6 = 2x - 3 + 6x \rightarrow 9 = 8x \rightarrow x = \frac{9}{8}$$

$$y = -1 + 2\frac{9}{8} \rightarrow y = \frac{10}{8}$$

Finalmente sustituimos en la ecuación $F(x,y) = 15x + 6y$ los puntos que hemos obtenido y nos daremos cuenta de que los puntos B y C son los puntos que se corresponden con el máximo y el punto E es el punto que se corresponde con el mínimo.

JUNIO 2015 B1
Representar gráficamente la región del plano definida por las inecuaciones:

$$0 \leq x, 0 \leq y\,; x \leq 6\,; y \leq 8\,; x \leq y\,; y \leq 2x$$

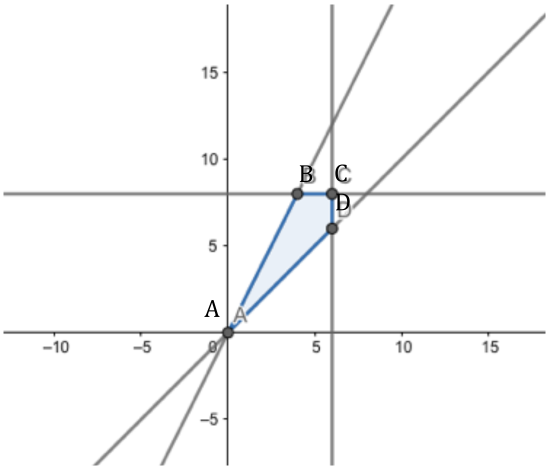
Hallar el valor máximo de la función $F(x,y) = x + 2y$ en dicha región y los puntos en los que se alcanza.

Lo primero como siempre tienes que sacar todas las restricciones, en este como ya te las dan, simplemente las escribes y despejas de cada una de ellas la incógnita ''y'' si se pudiese.

$0 \leq x$
$0 \leq y$
$x \leq 6$
$y \leq 8$
$x \leq y$
$y \leq 2x$

En este caso todas las inecuaciones tienes la incognita ''y'' despejada por tanto,
Con la que se pueda tienes que crear una tabla de valores para despues dibujarla.

Cuando tengas las tablas de valores hechas, solamente tienes que crear la representación de cada una de ellas, recuerda que para hacer una tabla de valores solo tienes que dar valores aleatorios a ''x'' para saber que valor de ''y'' le corresponde.



Ahora cuando tienes la representación de cada línea, lo más importante es saber qué área o región cumple con todas las restricciones, para eso te recomiendo que te leas el resumen sobre este tema ya que es muy intuitivo,
Te recuerdo:

$$y \geq \cdots \rightarrow Plano\ superior$$
$$y \leq \cdots \rightarrow Plano\ inferior$$

Ya queda muy poco para terminar el ejercicio, tienes que determinar los puntos que delimitan la región que cumple con todas las restricciones.
Para eso en algunos casos vas a tener que realizar un sistema con las dos rectas que formen el punto, en otros casos el punto es bastante claro.

$$A \rightarrow (0{,}0)\quad B \rightarrow \begin{cases} y = 2x \\ y = 8 \end{cases} \rightarrow B(4{,}8)\quad C \rightarrow \begin{cases} y = 8 \\ x = 6 \end{cases} \rightarrow C(6{,}8)\quad D \rightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = x \end{cases} \rightarrow D(6{,}6)$$

Para terminar, como casi siempre, el ejercicio te pide que busques el máximo de la siguiente función:

$$F(x,y) = x + 2y$$

Para esto solo tienes que sustituir los puntos que has calculado anteriormente y quedarte con el que te de un valor superior al resto.

$$F(x,y) = x + 2y \rightarrow A \rightarrow F(0{,}0) = 0$$
$$F(x,y) = x + 2y \rightarrow B \rightarrow F(4{,}8) = 4 + 16 = 20$$
$$F(x,y) = x + 2y \rightarrow C \rightarrow F(6{,}8) = 6 + 16 = 22$$
$$F(x,y) = x + 2y \rightarrow D \rightarrow F(6{,}6) = 6 + 12 = 18$$

Como puedes comprobar, el máximo se alcanza en el punto C y su valor es 22.

JULIO 2015 A1
Representar gráficamente la región del plano definida por las inecuaciones:

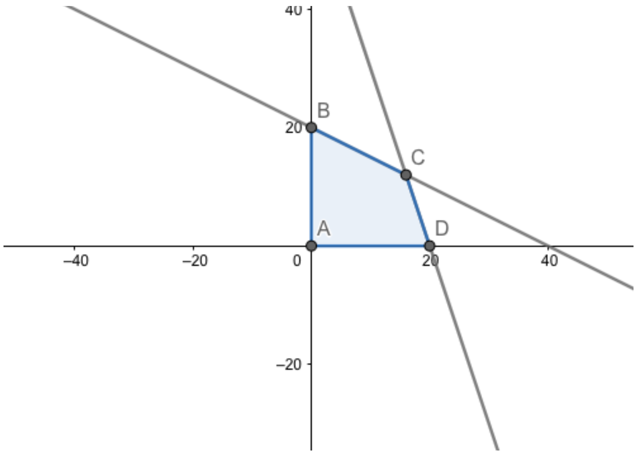
$$0 \leq x\,; 0 \leq y\,; 3x + y \leq 60\,; x + 2y \leq 40$$

Halla el valor máximo de las funciones $f(x, y) = 6x + 5y$, $G(x, y) = 2x + 4y$ en dicha región y los puntos en los que se alcanza.

En este tipo de ejercicios, cuando el enunciado nos da las restricciones todo es mucho mas sencillo, solo tienes que plantear todas y cada una de ellas y despejar la incognita ''y''.

$$0 \leq x$$
$$0 \leq y$$
$$3x + y \leq 60 \to y \leq 60 - 3x$$
$$x + 2y \leq 40 \to y \leq \frac{40 - x}{2}$$

Ahora solo tienes que crear un tabla de valores con las inecuaciones que puedas para representarlas en los ejes:



Cuando ya tienes todas las rectas representadas, tienes que decidir cual es el area que cumple con todas las restricciones del problema, para eso recuerda lo que has aprendido, sino te acuerdas mira el resumen.

$$y \geq \cdots \to Plano\ superior$$
$$y \leq \cdots \to Plano\ inferior$$

Ahora ya solo tienes que calcular los puntos que definen el área que está en azul, para eso recuerda que, si haces un buen gráfico, algunos puntos los puedes sacar directamente, los que no sean tan rápido tienes que hacer un sistema con las líneas que formen el punto:

$$A \to (0{,}0) \quad B \to \begin{cases} y = \dfrac{40 - x}{2} \\ x = 0 \end{cases} \to (0{,}20) \quad C \to \begin{cases} y = \dfrac{40 - x}{2} \\ x = 60 - 3x \end{cases} \to (16{,}12) \quad D \to \begin{cases} y = 60 - 3x \\ y = 0 \end{cases} \to (20{,}0)$$

Ahora con los puntos que has sacado tienes que sustituirlos en las funciones objetivo para encontrar cual es el punto que te da el máximo.

$$A \to \begin{cases} f(x, y) = 6x + 5y \\ G(x, y) = 2x + 4y \end{cases} \to \begin{matrix} f(0{,}0) = 0 \\ G(0{,}0) = 0 \end{matrix}$$

$$B \to \begin{cases} f(x, y) = 6x + 5y \\ G(x, y) = 2x + 4y \end{cases} \to \begin{matrix} f(0{,}20) = 100 \\ G(0{,}20) = 80 \end{matrix}$$

$$C \to \begin{cases} f(x, y) = 6x + 5y \\ G(x, y) = 2x + 4y \end{cases} \to \begin{matrix} f(16{,}12) = 156 \\ G(16{,}12) = 80 \end{matrix}$$

$$D \to \begin{cases} f(x, y) = 6x + 5y \\ G(x, y) = 2x + 4y \end{cases} \to \begin{matrix} f(20{,}0) = 120 \\ G(20{,}0) = 40 \end{matrix}$$

C2 Academia

JUNIO 2014 B1
Representar gráficamente la región del plano definida por las inecuaciones: $0 \leq x$; $2 \leq y$; $x + y \leq 8$; $-x + y \leq 4$

Hallar los valores máximo y mínimo de la función $F(x, y) = x + 3y$ en dicha región y los puntos en los que se alcanza.

Lo primero, remarcar cuales son las restricciones de este ejercicio...

$0 \leq x$
$2 \leq y$
$x + y \leq 8 \rightsquigarrow y \leq 8 - x$ (1)
$-x + y \leq 4 \longrightarrow y \leq 4 + x$ (2)

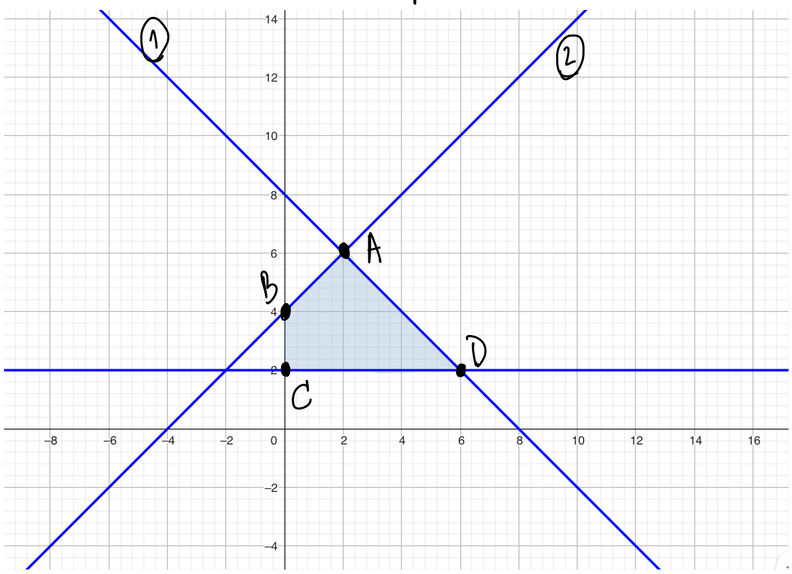
Con cada una de las inecuaciones tienes que hacer una tabla de valores

(1)

x	y
3	5
5	3
4	4

(2)

x	y
2	6
-2	2



Para continuar, tienes que calcular los puntos que delimitan la superficie que cumple con todas las restricciones que plantea el enunciado.

A $\begin{cases} y = 8 - x \\ y = 4 + x \end{cases} \rightsquigarrow 8 - x = 4 + x \rightarrow -2x = -4 \rightarrow x = 2 \rightsquigarrow y = 6$ por tanto $A(2,6)$

B $\begin{cases} x = 0 \\ y = 4 + x \end{cases} \rightsquigarrow (0,4)$

C $\begin{cases} x = 0 \\ y = 2 \end{cases} \rightarrow (0,2)$

D $\begin{cases} y = 2 \\ y = 8 - x \end{cases} \rightsquigarrow (6,2)$

Para terminar, con los puntos que hemos determinado...

$F(x,y) = x + 3y$

$A(2,6) \rightarrow F(2,6) = 2 + 3 \cdot 6 = 2 + 18 = 20$ máximo

$B(0,4) \rightsquigarrow F(0,4) = 0 + 3 \cdot 4 = 12$

$C(0,2) \longrightarrow F(0,2) = 0 + 3 \cdot 2 = 6$ mínimo

$D(6,2) \rightarrow F(6,2) = 6 + 3 \cdot 2 = 12$

JULIO 2014 A1

Representar gráficamente la región del plano definida por las inecuaciones:

$$x + y \leq 50\,;\, 0 \leq x \leq 40\,;\, 0 \leq y \leq 30$$

Hallar los valores máximos de las funciones $F(x, y) = x + y,\ G(x, y) = 2x + y$ en dicha región y los puntos en los que se alcanzan.

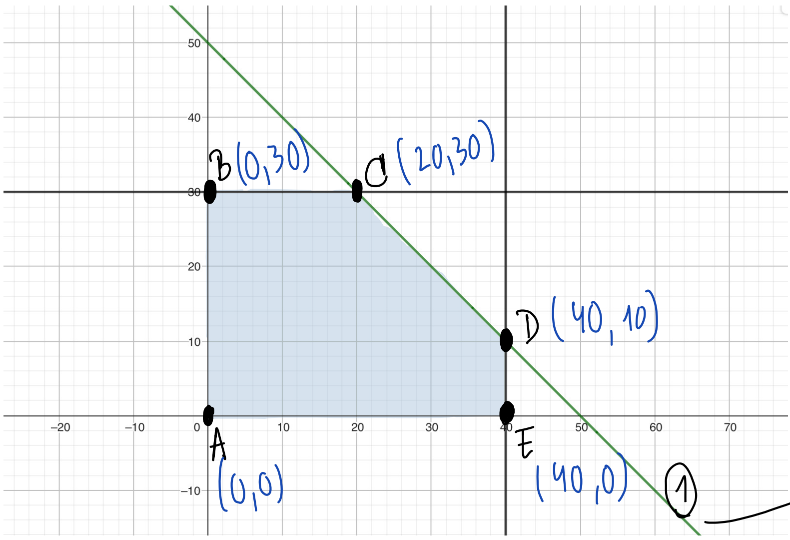
Restricciones

$$\left.\begin{array}{l} x+y \leq 50 \\ 0 \leq x \\ x \leq 40 \\ y \geq 0 \\ y \leq 30 \end{array}\right\} \rightsquigarrow y \leq 50 - x \quad (1)$$

x	y
25	25
0	50
10	40

→ puedes crear la tabla de valores con los valores de x que te de la gana.

Para el proximo paso, tienes que representar cada linea en un mismo gráfico...



(1) → para saber que parte del plano es la que cumple con la inecuación utilizamos el punto (0,0)

Para determinar los puntos que no son tan claros, tienes que realizar un sistema entre las dos lineas que se cruzan...

$F(x, y) = x + y$

↳ $A(0,0) \rightarrow F(0,0) = 0 + 0 = 0$

$B(0,30) \rightarrow F(0,30) = 0 + 30 = 30$

$C(20,30) \rightarrow F(20,30) = 20 + 30 = 50$

$D(40,10) \rightarrow F(40,10) = 40 + 10 = 50$

$E(40,0) \rightarrow F(40,0) = 40 + 0 = 40$

$F(x, y) = 2x + y$

↳ $A(0,0) \rightarrow F(0,0) = 2 \cdot 0 + 0 = 0$

$B(0,30) \rightarrow F(0,30) = 2 \cdot 0 + 30 = 30$

$C(20,30) \rightarrow F(20,30) = 2 \cdot 20 + 30 = 70$

$D(40,10) \rightarrow F(40,10) = 2 \cdot 40 + 10 = 90$

$E(40,0) \rightarrow F(40,0) = 2 \cdot 40 + 0 = 80$

JULIO 2013 A1
Representar gráficamente la región del plano definida por las inecuaciones:

$$x \geq 0\,;\, y \geq 0\,;\, 2x + 3y \leq 29\,;\; -x + y \leq 3\,;\, 5x - 2y \leq 25$$

Hallar los valores máximos de las funciones $F(x, y) = 5x + 3y$, $G(x, y) = 15x + 25y$ en dicha región y los puntos en los que se alcanzan.

$x \geqslant 0$
$y \geqslant 0$
$2x+3y \leq 29 \longrightarrow y \leq \frac{29-2x}{3}$ (1)
$-x+y \leq 3 \longrightarrow y \leq 3+x$ (2)
$5x-2y \leq 25 \longrightarrow y \geqslant \frac{25-5x}{-2}$ (3)

(1)

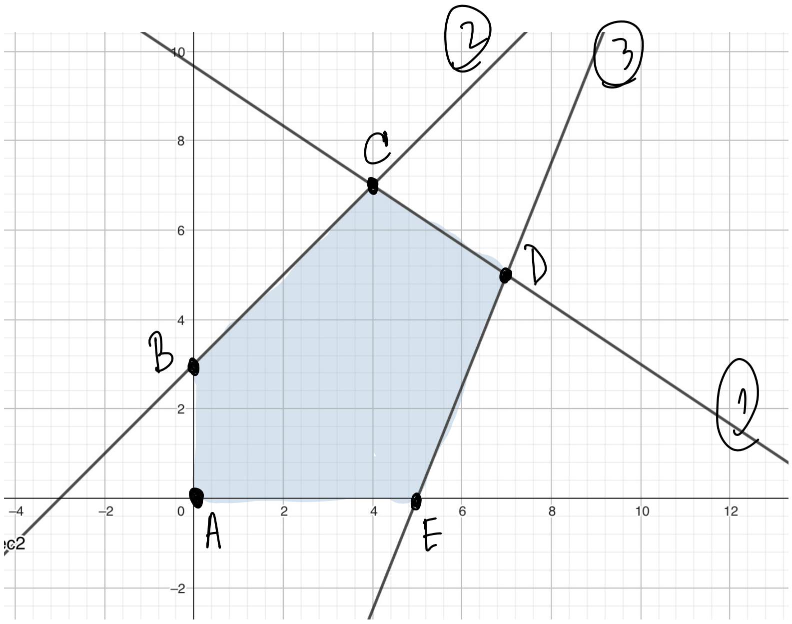
x	y
1	9
4	7

(2)

x	y
1	4
3	6

(3)

x	y
1	-10
3	-5



para calcular los puntos que delimitan el área que cumple con todas las restricciones...

A (0,0)
B (0,3)
C (4,7)
D (7,5)
E (5,0)

Recuerda que para calcular un punto desconocido tienes que hacer un sistema.

$F(x,y) = 5x+3y$

A (0,0) ⟶ F(0,0) = 5·0 + 3·0 = 0
B (0,3) ⟶ F(0,3) = 5·0 + 3·3 = 9
C (4,7) ⟶ F(4,7) = 5·4 + 3·7 = 41
D (7,5) ⟶ F(7,5) = 5·7 + 3·5 = 50
E (5,0) ⟶ F(5,0) = 5·5 + 3·0 = 25

$F(x,y) = 15x+25y$

A (0,0) ⟶ F(0,0) = 15·0 + 25·0 = 0
B (0,3) ⟶ F(0,3) = 15·0 + 25·3 = 75
C (4,7) ⟶ F(4,7) = 15·4 + 7·25 = 235
D (7,5) ⟶ F(7,5) = 15·7 + 25·5 = 230
E (5,0) ⟶ F(5,0) = 15·5 + 25·0 = 75.

JUNIO 2013 A1

Representa gráficamente la región del plano definida por las inecuaciones:

$$3 \leq x \leq 20\,;\, y \leq 10\,;\, x+y \geq 6\,;\, -x+15y \geq 10$$

Hallar los valores mínimos de las funciones $F(x,y) = 2x+3y, G(x,y) = x+y$, en dicha región y los puntos en los que se alcanzan.

Lo primero que tienes que hacer es representar todas y cada una de las inecuaciones

$$\begin{cases} 3 \leq x \\ x \leq 20 \\ y \leq 10 \\ x+y \geq 6 \longrightarrow y \geq 6-x \quad (1) \\ -x+15y \geq 10 \longrightarrow y \geq \dfrac{10+x}{15} \quad (2) \end{cases}$$

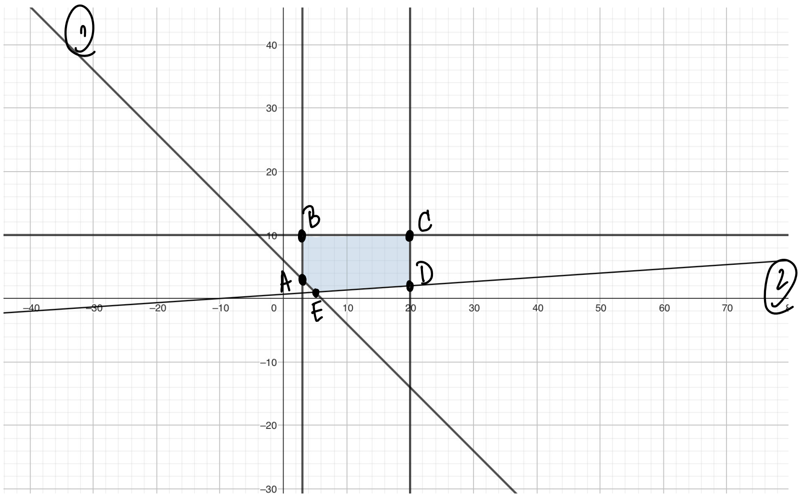
(1)

x	y
5	1
2	4
3	3

(2)

x	y
5	1
-10	0

Con todos estos datos tienes que hacer la representación y determinar cual es el área que cumple con todas las restricciones...



para calcular los puntos que delimitan la superficie que es solución...

$A \begin{cases} y = 6-x \\ x = 3 \end{cases} \longrightarrow A(3,3)$

$B(3,10)$

$C(20,10)$

$D \begin{cases} x = 20 \\ y = \dfrac{10+x}{15} \end{cases} \longrightarrow (20,2)$

$E \begin{cases} y = 6-x \\ y = \dfrac{10+x}{15} \end{cases} \longrightarrow (5,1)$

$6-x = \dfrac{10+x}{15} \longrightarrow 90-15x = 10+x$

$-16x = -80$

$x = 5 \longrightarrow y = 1$

para terminar:

$F(x,y) = 2x+3y$

$A(3,3) \longrightarrow F(3,3) = 2\cdot 3+3\cdot 3 = 6+9 = 15$

$B(10,3) \longrightarrow F(10,3) = 2\cdot 10+3\cdot 3 = 20+9 = 29$

$C(20,10) \longrightarrow F(20,10) = 2\cdot 20+3\cdot 10 = 40+30 = 70$

$D(20,2) \longrightarrow F(20,2) = 2\cdot 20+3\cdot 2 = 40+6 = 46$

$E(5,1) \longrightarrow F(5,1) = 2\cdot 5+3\cdot 1 = 13$

$G(x,y) = x+y$

$A(3,3) \longrightarrow G(3,3) = 3+3 = 6$

$B(10,3) \longrightarrow G(10,3) = 10+3 = 13$

$C(20,10) \longrightarrow G(20,10) = 20+10 = 30$

$D(20,2) \longrightarrow G(20,2) = 20+2 = 22$

$E(5,1) \longrightarrow G(5,1) = 5+1 = 6$

JUNIO 2012 A1

Representa gráficamente la región del plano definida por las inecuaciones:

$$x \geq 0\,;\, y \geq 0\ ;\, x + 2y \leq 20\,;\, 3x + 2y \leq 30\,;\, x + y \geq 5$$

Hallar los valores máximo y mínimo de la función $F(x, y) = x + 3y$ en dicha región y los puntos en los que se alcanzan.

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + 2y \leq 20 \longrightarrow y \leq \dfrac{20 - x}{2} \quad ① \\ 3x + 2y \leq 30 \longrightarrow y \leq \dfrac{30 - 3x}{2} \quad ② \\ x + y \geq 5 \longrightarrow y \geq 5 - x \quad ③ \end{cases}$$

①

x	y
10	5
0	10
20	0

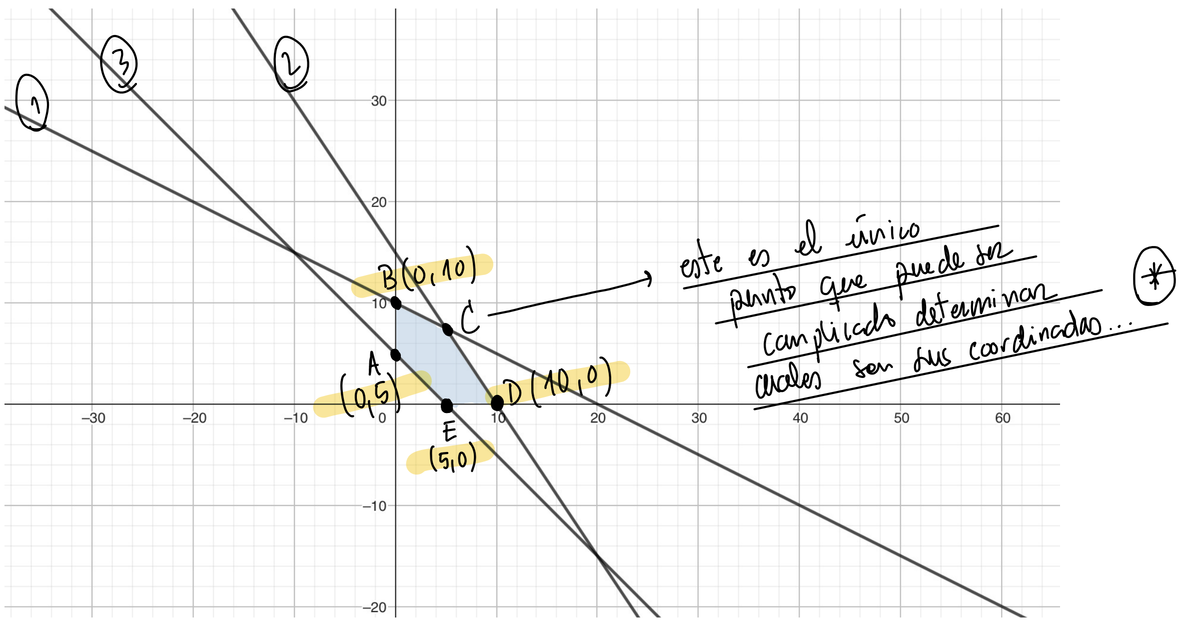
②

x	y
10	0
0	15

③

x	y
5	0
0	5
2	3

Con todas estas informaciones tienes que hacer una representación para encontrar la superficie que cumple con todas las restricciones...



$$\circledast \quad C\begin{cases} y = \dfrac{20 - x}{2} \\ y = \dfrac{30 - 3x}{2} \end{cases} \longrightarrow \frac{20 - x}{2} = \frac{30 - 3x}{2} \longrightarrow 20 - x = 30 - 3x \longrightarrow -10 = -2x \longrightarrow \begin{matrix} x = 5 \\ y = 7'5 \end{matrix} \quad (5, 7'5)$$

para terminar...

$F(x, y) = x + 3y$

$A(0,5) \longrightarrow F(0,5) = 0 + 3\cdot 5 = 15$

$B(0,10) \longrightarrow F(0,10) = 0 + 3\cdot 10 = 30$

$C(5, 7'5) \longrightarrow F(5, 7'5) = 5 + 3\cdot 7'5 = 5 + 22'5 = 27'5$

$D(10,0) \longrightarrow F(10,0) = 10 + 3\cdot 0 = 10$

$E(5,0) \longrightarrow F(5,0) = 5 + 3\cdot 0 = 5$

JULIO 2012 A1

Representa gráficamente la región del plano definida por las inecuaciones:

$$x \geq 0\,;\,1 \leq y \leq 3\,;\,2x + y \leq 9$$

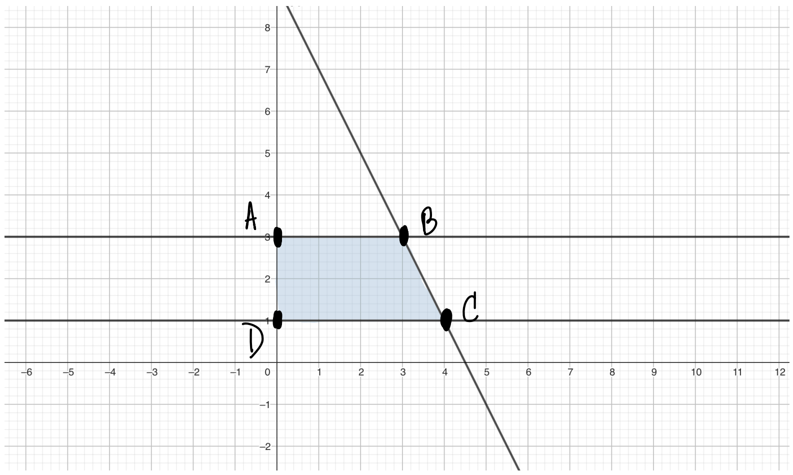
Hallar los valores máximos de las funciones $F(x, y) = -x + 4y$ y $G(x, y) = 2x + y$ en dicha región y los puntos en los que se alcanzan.

Primero las restricciones

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ 1 \leq y \\ y \leq 3 \\ 2x + y \leq 9 \longrightarrow y \leq 9 - 2x \quad (1) \end{cases}$$

x	y
3	3
1	7
0	9

Con la información que tenemos, creamos el área que cumpla con todas las restricciones...



para determinar los puntos que limitan el área...

$A(0,3)$

$B\begin{cases} 2x + y = 9 \\ y = 3 \end{cases} \longrightarrow (3,3)$

$C\begin{cases} 2x + y = 9 \\ y = 1 \end{cases} \longrightarrow (4,1)$

$D(0,1)$

Para terminar...

$F(x,y) = -x + 4y$

$A(0,3) \longrightarrow F(0,3) = -0 + 4 \cdot 3 = 12$

$B(3,3) \longrightarrow F(3,3) = -3 + 4 \cdot 3 = 9$

$C(4,1) \longrightarrow F(4,1) = -4 + 4 \cdot 1 = 0$

$D(0,1) \longrightarrow F(0,1) = -0 + 4 \cdot 1 = 4$

$F(x,y) = 2x + y$

$A(0,3) \longrightarrow F(0,3) = 2 \cdot 0 + 3 = 3$

$B(3,3) \longrightarrow F(3,3) = 2 \cdot 3 + 3 = 9$

$C(4,1) \longrightarrow F(4,1) = 2 \cdot 4 + 1 = 9$

$D(0,1) \longrightarrow F(0,1) = 2 \cdot 0 + 1 = 1$

JUNIO 2011 A1

Un hipermercado necesita, como mínimo, 6 cajas de manzanas, 8 de peras y 10 de naranjas. Para abastecerse puede acudir a dos proveedores A y B que suministran fruta en contenedores. Cada contenedor de A se compone de 1 caja de manzanas, 2 de peras y 1 de naranjas, y cuesta 60€, mientras que cada contenedor de B se compone de 1 caja de manzanas, 1 de peras y 5 de naranjas, y cuesta 75€. Averiguar cuantos contenedores debe pedir el hipermercado a cada proveedor para cubrir sus necesidades con el mínimo coste posible, y a cuanto ascendería dicho coste.

Lo primero... encontrar cual es nuestra función objetivo... en este caso estamos hablando de costes...

$F(x,y) = 60x + 75y$

Ahora debemos de encontrar todas las restricciones...

	manzanas	peras	naranjas
A(x)	1	2	1
B(y)	1	1	5
	6	8	10

$$\begin{cases} x+y \geq 6 & \longrightarrow y \geq 6-x \quad (1) \\ 2x+y \geq 8 & \longrightarrow y \geq 8-2x \quad (2) \\ x+5y \geq 10 & \longrightarrow y \geq \dfrac{10-x}{5} \quad (3) \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

(1)

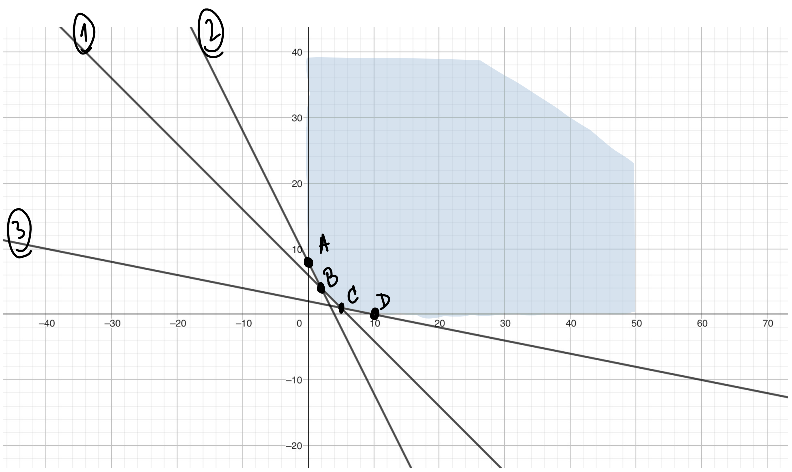
x	y
5	1
6	0
0	6

(2)

x	y
0	8
4	0
2	4

(3)

x	y
0	2
5	1
10	0



para calcular los puntos que necesitamos...

A $\begin{cases} x=0 \\ y=8-2x \end{cases} \longrightarrow (0,8)$

B $\begin{cases} y=8-2x \\ y=6-x \end{cases} \longrightarrow (2,4)$

C $\begin{cases} y=6-x \\ y=\dfrac{10-x}{5} \end{cases} \longrightarrow (5,1)$

D $(10,0)$

para terminar... con la función objetivo...

$F(x,y) = 60x + 75y$

$A(0,8) = 60 \cdot 0 + 75 \cdot 8 = 0 + 600 = 600$

$B(2,4) = 60 \cdot 2 + 75 \cdot 4 = 120 + 300 = 420$

$C(5,1) = 60 \cdot 5 + 75 \cdot 1 = 300 + 75 = 375$

$D(10,0) = 60 \cdot 10 + 75 \cdot 0 = 600$

para cubrir con sus necesidades debe de pedir 5 del tipo A y 1 de tipo B para alcanzar unos costes de 375 €.

JULIO 2011 B1

Se considera la región R del plano definida por las inecuaciones:

$$-1 \leq x + y \leq 1\ ;\ -1 \leq x - y \leq 1.$$

Representar gráficamente dicha región.

Hallar los valores máximo y mínimo de la función $F(x, y) = 2x - y$.

Lo primero, plantear las restricciones...

$x + y \geq -1 \longrightarrow y \geq -1 - x$ (1)

$x + y \leq 1 \longrightarrow y \leq 1 - x$ (2)

$x - y \geq 1 \longrightarrow -y \geq -1 - x \longrightarrow y \leq 1 + x$ (3)

$x - y \leq 1 \longrightarrow -y \leq 1 - x \longrightarrow y \geq -1 + x$ (4)

(1)

x	y
1	-2
0	-1
-1	0

(2)

x	y
1	0
0	1

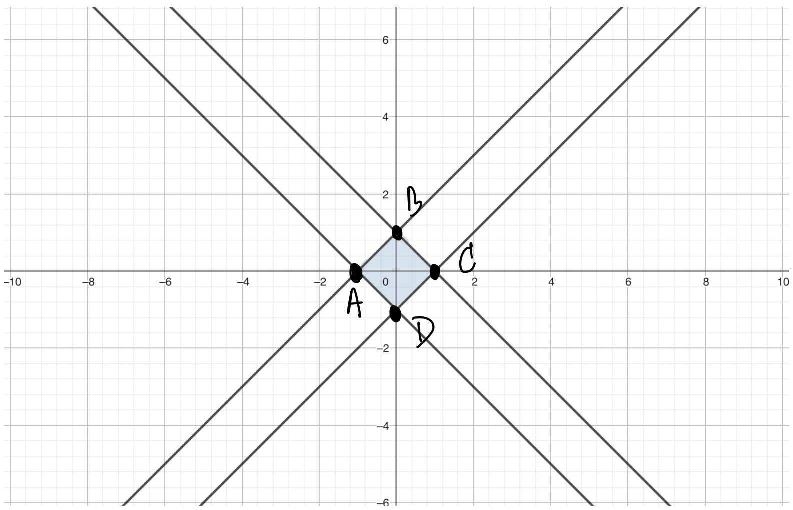
(3)

x	y
1	2
0	1
-1	0

(4)

x	y
0	-1
1	0

Hacemos la representación con la información...



En esta ocasión calcular los puntos se hace relativamente sencillo ya que se ven claramente en el gráfico...

$A(-1,0)$; $B(0,1)$; $C(1,0)$; $D(0,-1)$

Ahora con estos puntos buscamos el máximo y mínimo de la siguiente función...

$F(x,y) = 2x - y$

$A(-1,0) \longrightarrow F(-1,0) = 2(-1) - 0 = -2$

$B(0,1) \longrightarrow F(0,1) = 2\cdot 0 - 1 = -1$

$C(1,0) \longrightarrow F(1,0) = 2\cdot 1 - 0 = 2$

$D(0,-1) \longrightarrow F(0,-1) = 2\cdot 0 - (-1) = 1$

JUNIO 2010 A1
Representa gráficamente el recinto del plano definido por las desigualdades siguientes:

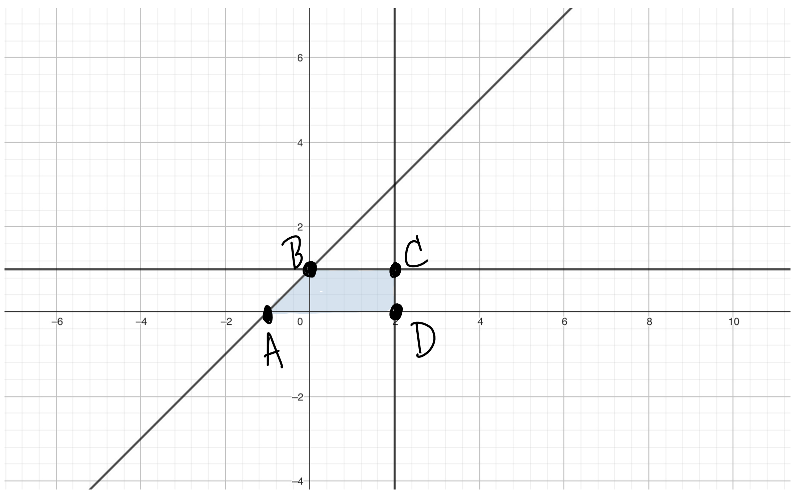
$$0 \leq y \leq 1\,;\quad y - 1 \leq x \leq 2$$

Hallar los valores máximo y mínimo de la función $F(x, y) = -x + 2y$ en dicho recinto, así como los puntos en los que alcanza tales valores.

$$\begin{cases} 0 \leq y \\ y \leq 1 \\ y - 1 \leq x \longrightarrow y \leq x + 1 \quad (1) \\ x \leq 2 \end{cases}$$

x	y
1	2
0	1
-1	0

Con la información que tenemos realizamos la representación...



Para determinar los puntos...

$$A \begin{cases} y = x + 1 \\ y = 0 \end{cases} \longrightarrow (-1, 0)$$

$B\ (0, 1)$

$C\ (2, 1)$

$D\ (2, 0)$

Con los puntos que hemos obtenido, calculamos cual es el máximo y mínimo...

$F(x, y) = -x + 2y$

$A(-1, 0) \longrightarrow F(-1, 0) = -1 + 2 \cdot 0 = -1$

$B(0, 1) \longrightarrow F(0, 1) = -0 + 2 \cdot 1 = 2$

$C\ (2, 1) \longrightarrow F(2, 1) = -2 + 2 \cdot 1 = 0$

$D\ (2, 0) \longrightarrow F(2, 0) = -2 + 2 \cdot 0 = -2$