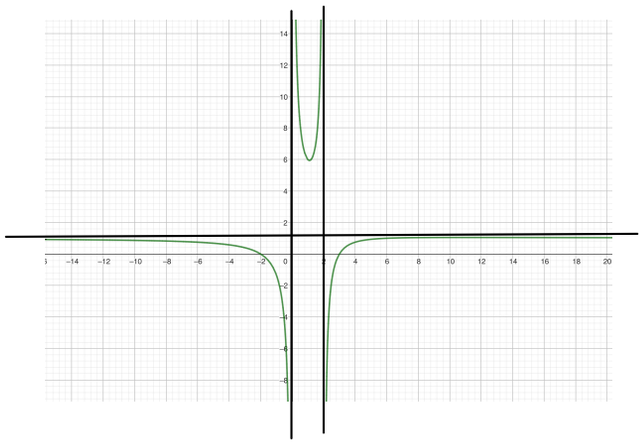
1. Calcula las siguientes asíntotas $f(x) = \frac{x^2-x-6}{x^2-2x}$



dominio

$x^2-2x=0$

$x(x-2)=0 \longrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=2 \end{cases}$

Dom $f(x) = \mathbb{R} - \{0,2\}$

• Asíntota vertical

$\lim_{x\to 0} \frac{x^2-x-6}{x^2-2x} = \frac{-6}{0} \to (\text{ind}) \begin{cases} \lim_{x\to 0^-} \frac{x^2-x-6}{x^2-2x} \to \frac{-6}{0^+} \to -\infty \\ \lim_{x\to 0^+} \frac{x^2-x-6}{x^2-2x} \to \frac{-6}{0^-} \to +\infty \end{cases}$ $\boxed{x=0}$

$\lim_{x\to 2} \frac{x^2-x-6}{x^2-2x} = \frac{-4}{0} \to (\text{ind}) \begin{cases} \lim_{x\to 2^-} \frac{x^2-x-6}{x^2-2x} \to \frac{-4}{0^-} \to +\infty \\ \lim_{x\to 2^+} \frac{x^2-x-6}{x^2-2x} \to \frac{-4}{0^+} \to -\infty \end{cases}$ $\boxed{x=2}$

• Asíntota horizontal $\boxed{y=1}$

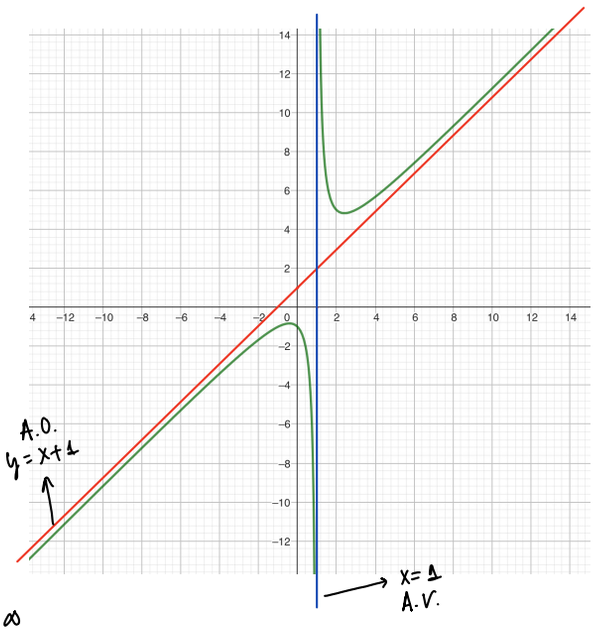
$\lim_{x\to\infty} \frac{x^2-x-6}{x^2-2x} = \frac{\infty}{\infty} \to (\text{ind}) \longrightarrow \lim_{x\to\infty} \frac{x^2}{x^2} \to 1$

$\lim_{x\to-\infty} \frac{x^2-x-6}{x^2-2x} = \lim_{x\to\infty} \frac{x^2+x-6}{x^2+2x} = \frac{\infty}{\infty} (\text{ind}) \longrightarrow \lim_{x\to\infty} \frac{x^2}{x^2} \to 1$

Para representar la función...

	-100	100
$y=1$	1	1
$y=\frac{x^2-x-6}{x^2-2x}$		

2. Determinar las asíntotas de la siguiente función $f(x) = \frac{x^2+1}{x-1}$



Dominio de la función

$y = \frac{f(x)}{g(x)}$ Dom $y = \mathbb{R} - \{g(x)=0\}$

$x-1=0 \longrightarrow x=1$

Dom $f(x) = \mathbb{R} - \{1\}$

Posible A.V. en $x=1$

$\lim_{x\to 1} \frac{x^2+1}{x-1} = \frac{2}{0} \to (\text{ind}) \begin{cases} \lim_{x\to 1^-} \frac{x^2+1}{x-1} \to \frac{2}{0^-} \to -\infty \\ \lim_{x\to 1^+} \frac{x^2+1}{x-1} \to \frac{2}{0^+} \to +\infty \end{cases}$

A.H.

$\lim_{x\to\infty} \frac{x^2+1}{x-1} \to \frac{\infty}{\infty} \to (\text{ind}) \longrightarrow \lim_{x\to\infty} \frac{x^2}{x} \to \lim_{x\to\infty} x = \infty$

$\lim_{x\to-\infty} \frac{x^2+1}{x-1} = \lim_{x\to\infty} \frac{x^2+1}{-x-1} \to \frac{\infty}{\infty} \to (\text{ind}) \to \lim_{x\to\infty} \frac{x^2}{-x} \to \lim_{x\to\infty} -x = -\infty$

Como no tenemos A.H. podemos calcular A.O.

A.O. $\longrightarrow$

$$\begin{array}{r|l} x^2+1 & x-1 \\ -x^2+x & x+1 \\ \hline x+1 & \\ -x+1 & \\ \hline 2 & \end{array}$$

$y = x+1$

Para saber representar la curva sobre la asíntota...

$\frac{x^2+1}{x-1} = (x+1) + \frac{2}{x-1}$ $\begin{cases} \lim_{x\to a} \frac{2}{x-1} \to 0^+ \\ \lim_{x\to-\infty} \frac{2}{x-1} \to 0^- \end{cases}$

Para poder representar A.O.

x	y
0	1
1	2

3. Calcular la asíntota oblicua de la función $f(x) = \frac{3-x^2}{2x+2}$

Vamos a realizar por medio de los dos procedimientos

primer tipo

$-x^2 + 3 \;\big|\; 2x+2$

$+x^2 + x \quad -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$

$x + 3$

$-x - 1$

$\frac{2}{}$

$y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$

Segundo tipo

$y = mx + n$

$m = \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{3-x^2}{2x+2}}{x} \longrightarrow m = \lim_{x\to\infty} \frac{3-x^2}{2x^2+2x} \longrightarrow -\frac{1}{2}$

$n = \lim_{x\to\infty} \frac{3-x^2}{2x+2} + \frac{1}{2}x \longrightarrow \lim_{x\to\infty} \frac{3-x^2+x^2+x}{2x+2} \longrightarrow \lim_{x\to\infty} \frac{3+x}{2x+2} \to \frac{1}{2}$

$y = mx + n \longrightarrow y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$

4. Encontrar todas las asíntotas de la función $f(x) = \frac{x+2}{x^2-9}$

Dominio

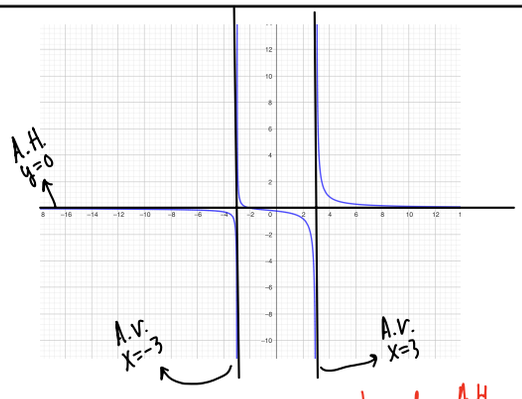
$x^2 - 9 = 0 \longrightarrow x = \pm 3$

Dom $f(x) = \mathbb{R} - \{\pm 3\}$

A.V.

$\lim_{x\to 3} \frac{x+2}{x^2-9} = \frac{5}{0} \to (\text{ind}) \begin{cases} \lim_{x\to 3^-} \frac{x+2}{x^2-9} \to \frac{5}{0^-} \to -\infty \\ \lim_{x\to 3^+} \frac{x+2}{x^2-9} \to \frac{5}{0^+} \to +\infty \end{cases}$ $x = 3$

$\lim_{x\to -3} \frac{x+2}{x^2-9} = \frac{-1}{0} \to (\text{ind}) \begin{cases} \lim_{x\to -3^-} \frac{x+2}{x^2-9} \to \frac{-1}{0^+} \to -\infty \\ \lim_{x\to -3^+} \frac{x+2}{x^2-9} \to \frac{-1}{0^-} \to +\infty \end{cases}$ $x = -3$



A.H

$\lim_{x\to\infty} \frac{x+2}{x^2-9} \to \frac{\infty}{\infty} (\text{ind}) \longrightarrow \lim_{x\to\infty} \frac{x}{x^2} \longrightarrow \lim_{x\to\infty} \frac{1}{x} \to 0$

$\lim_{x\to-\infty} \frac{x+2}{x^2-9} = \lim_{x\to\infty} \frac{-x+2}{x^2-9} \to \frac{\infty}{\infty} (\text{ind}) \to \lim_{x\to\infty} \frac{-x}{x^2} \to \lim_{x\to\infty} -\frac{1}{x} \to 0$

$y = 0$

para representar la A.H.

	-100	100
$y = 0$	0	0
$y = \frac{x+2}{x^2-9}$		

5. Encontrar todas las asíntotas de la función $f(x) = \frac{e^x}{x}$

Dominio

$x = 0 \longrightarrow$ Dom $f(x) = \mathbb{R} - \{0\}$

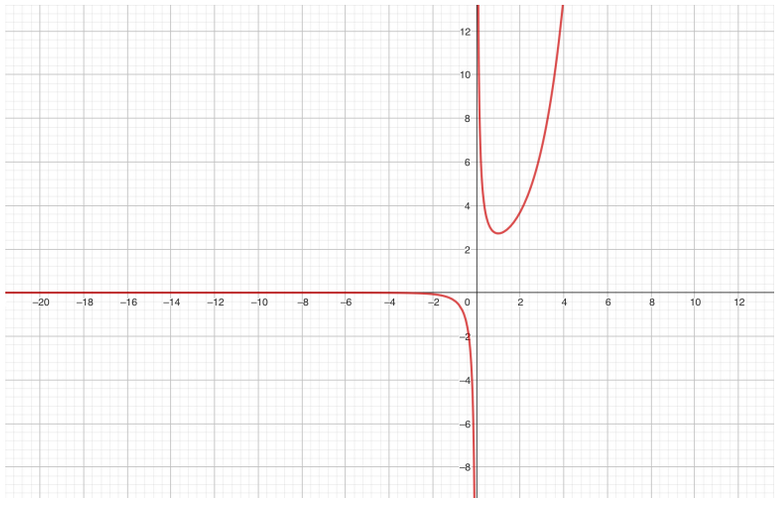
Asintota vertical

$\lim_{x\to 0} \frac{e^x}{x} = \frac{1}{0} (\text{ind}) \begin{cases} \lim_{x\to 0^+} \frac{e^x}{x} \to \frac{1}{0^+} \to +\infty \\ \lim_{x\to 0^-} \frac{e^x}{x} \to \frac{1}{0^-} \to -\infty \end{cases}$

Asintota Horizontal

$\lim_{x\to\infty} \frac{e^x}{x} \to \infty$

$\lim_{x\to-\infty} \frac{e^x}{x} = \lim_{x\to\infty} \frac{1}{-x\cdot e^x} \to \frac{1}{\infty} \to 0$



Tenemos una A.H. en la parte izquierda de la función.