INDETERMINACION $\infty - \infty$

EJERCICIOS	SOLUCIÓN
$\lim\limits_{x\to\infty} x - \sqrt{x^2+2x}$	
$\lim\limits_{x\to-\infty} \sqrt{x^2-2} + x$	
$\lim\limits_{x\to\infty} \sqrt{2x^2+1} - \sqrt{2x^2+x}$	
$\lim\limits_{x\to\infty} \frac{3x^2}{x+1} - \frac{x^3}{x^2+1}$	
$\lim\limits_{x\to\infty} \frac{x^2-1}{x+2} - \frac{x^3}{x^2+1}$	
$\lim\limits_{x\to-\infty} \sqrt{x^2-3x} + 2x$	

Recuerda que esta indeterminación tiene dos formas de dar la solución.
Cuando estás trabajando con fracciones → mínimo común múltiplo
raíces → Conjugado

Soluciones

$\boxed{1}$ $\lim_{x\to\infty} x-\sqrt{x^2+2x} = \infty-\infty$ (ind)

el procedimiento que tenemos que seguir es aplicar el conjugado para poder resolver dicha indeterminación...

$$\lim_{x\to\infty}\frac{(x-\sqrt{x^2+2x})\cdot(x+\sqrt{x^2+2x})}{(x+\sqrt{x^2+2x})} = \lim_{x\to\infty}\frac{x^2-(x^2+2x)}{x+\sqrt{x^2+2x}} = \lim_{x\to\infty}\frac{x^2-x^2-2x}{x+\sqrt{x^2+2x}} =$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{-2x}{(x+\sqrt{x^2+2x})} = \frac{-\infty}{\infty}\text{ (ind)} \longrightarrow \lim_{x\to\infty}\frac{-2x}{x+x} \longrightarrow \lim_{x\to\infty}\frac{-2x}{2x} \longrightarrow -1$$

$\boxed{2}$ $\lim_{x\to-\infty}\sqrt{x^2-2}+x = \lim_{x\to\infty}\sqrt{(-x)^2-2}+(-x) = \lim_{x\to\infty}\sqrt{x^2-2}-x = \infty-\infty$ (ind)

Como tenemos una indeterminación del tipo $\infty-\infty$ y estamos trabajando con raíces, debemos aplicar el conjugado para resolver dicha indeterminación.

$$\lim_{x\to\infty}\frac{(\sqrt{x^2-2}-x)\cdot(\sqrt{x^2-2}+x)}{(\sqrt{x^2-2}+x)} = \lim_{x\to\infty}\frac{x^2-2-x^2}{\sqrt{x^2-2}+x} = \lim_{x\to\infty}\frac{-2}{\sqrt{x^2-2}+x} \longrightarrow 0$$

Recuerda
Cuando el grado del polinomio es superior al grado del polinomio del numerador el resultado es cero.

$\boxed{3}$ $\lim_{x\to\infty}\sqrt{2x^2+1}-\sqrt{2x^2+x} = \infty-\infty$ (ind)

$$\lim_{x\to\infty}\frac{(\sqrt{2x^2+1}-\sqrt{2x^2+x})\cdot(\sqrt{2x^2+1}+\sqrt{2x^2+x})}{\sqrt{2x^2+1}+\sqrt{2x^2+x}} = \lim_{x\to\infty}\frac{2x^2+1-2x^2-x}{\sqrt{2x^2+1}+\sqrt{2x^2+x}} = \lim_{x\to\infty}\frac{-x+1}{\sqrt{2x^2+1}+\sqrt{2x^2+x}} \longrightarrow$$

$$\longrightarrow \frac{\infty}{\infty} \longrightarrow \lim_{x\to\infty}\frac{-x}{\sqrt{2x^2}+\sqrt{2x^2}} \longrightarrow \lim_{x\to\infty}\frac{-x}{2\sqrt{2}\,x} \longrightarrow \frac{-1}{2\sqrt{2}} = \frac{-\sqrt{2}}{4}$$

¡Atención! Como puedo comprobar, siempre, de la indeterminación $\infty-\infty$ pasaremos a la indeterminación $\frac{\infty}{\infty}$, que ya hemos visto anteriormente como se resuelven.

$\boxed{4}$ $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{3x^2}{x+1} - \frac{x^3}{x^2+1} = \frac{\infty}{\infty} - \frac{\infty}{\infty} \longrightarrow$ pero como el grado de los numeradores es superior al grado del denominador, podemos determinar que, $\infty - \infty$ (ind)

El procedimiento para este caso, es distinto a los anteriores...

$$\lim_{x\to\infty} \frac{3x^2(x^2+1) - x^3(x+1)}{(x+1)(x^2+1)} = \lim_{x\to\infty} \frac{3x^4+3x^2-x^4-x^3}{x^3+x+x^2+1} = \lim_{x\to\infty} \frac{2x^4-x^3+3x^2}{x^3+x^2+x+1} \longrightarrow \frac{\infty}{\infty}$$

Como el grado del numerador es mayor que el grado de denominador, $\underline{\underline{\infty}}$

$\boxed{5}$ $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{x^2-1}{x+2} - \frac{x^3}{x^2+1} = \infty - \infty$ (ind)

$$\lim_{x\to\infty} \frac{(x^2-1)(x^2+1) - x^3(x+2)}{(x+2)\cdot(x^2+1)} = \lim_{x\to\infty} \frac{x^4-1-x^4-2x^3}{x^3+x+2x^2+2} = \lim_{x\to\infty} \frac{-2x^3-1}{x^3+2x^2+x+2} \longrightarrow \frac{\infty}{\infty} \text{ (ind)} \longrightarrow \lim_{x\to\infty} \frac{-2x^3}{x^3} \longrightarrow -2$$

$\boxed{6}$ $\lim\limits_{x\to-\infty} \sqrt{x^2-3x} + 2x = \lim\limits_{x\to\infty} \sqrt{(-x)^2-3(-x)} + 2(-x) = \lim\limits_{x\to\infty} \sqrt{x^2+3x} - 2x = \infty - \infty$ (ind)

$$\lim_{x\to\infty} \frac{(\sqrt{x^2+7x} - 2x)\cdot(\sqrt{x^2+3x}+2x)}{(\sqrt{x^2+3x}+2x)} = \lim_{x\to\infty} \frac{x^2+3x-4x^2}{(\sqrt{x^2+3x}+2x)} = \lim_{x\to\infty} \frac{-3x^2+3x}{\sqrt{x^2+3x}+2x} \longrightarrow \frac{\infty}{\infty} \text{ (ind)}$$

$$\longrightarrow \lim_{x\to\infty} \frac{-3x^2}{3x} \longrightarrow -\infty$$