SIMULACRO SELECTIVIDAD MAT II

BLOQUE 1

1. Estudia el siguiente sistema de ecuaciones lineales dependiente del parámetro real a y resuélvelo en los casos en que sea compatible:

$$\begin{cases} (a^2-1)x + ay + a^2 z = 1 \\ (a^2-1)x + (a+1)y(a^2+a)z = 2 \\ y + (a^2+2a)z = a+2 \end{cases}$$

2. Demuestra que se cumple $|A \cdot B| = 0$ para toda matriz A de dimensión 3x2, siendo B la siguiente matriz:

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

BLOQUE 2

3. Calcula la ecuación general del plano π perpendicular al plano $2x - y - z - 1 = 0$, sabiendo que contiene al punto $P(-1,2,1)$ y que la intersección de ambos planos es paralela a la siguiente recta:

$$r\begin{cases} x + y - 2z - 3 = 0 \\ y - z - 3 = 0 \end{cases}$$

4. Encuentra los puntos de la recta $r \equiv \begin{cases} 3x - y + z - 6 = 0 \\ x - y + 3z - 8 = 0 \end{cases}$ que son centro de una esfera de radio 3, tangente al plano $\pi \equiv 2x + 2y - z - 7 = 0$

BLOQUE 3

5. Sea la función $y = x^3 - 3x^2$
   a. Calcule los puntos de corte con los ejes
   b. Calcule los intervalos de crecimiento y decrecimiento. Calcule los máximos y mínimos.
   c. Dibuje la función

6. Considere la función

$$f(x) = \frac{x^2}{(1+x)}$$

   a. Determine el dominio de la función
   b. Determine, si existe, sus asíntotas
   c. Determine los intervalos de crecimiento y los de decrecimiento de la función $f(x)$ así como sus máximos y mínimos relativos, si existen.

BLOQUE 4

7. Calcula el área de la región del plano encerrada entre las gráficas de estas dos funciones:

$$f(x) = x^3 - 3x - 2 \quad y \quad g(x) = x - 2$$

8. Calcula las integrales indefinidas:

$$\int \frac{x-7}{x^2+x-6}\, dx$$

$$\int e^{2x} \sin(2x+1)\; dx$$

BLOQUE 5

9. En un centro de bachillerato aprobaron la prueba de acceso a la universidad 112 estudiantes de los 140 que se presentaron. En un segundo centro aprobaron la prueba el 60% de los 110 estudiantes presentados.
   Se selecciona un estudiante al azar. Calcule la probabilidad de que haya aprobado.
   Se selecciona un estudiante al azar. Calcule la probabilidad de que proceda del segundo centro, sabiendo que
   el estudiante ha suspendido.
   Se seleccionan tres estudiantes al azar sin reemplazamiento. Calcule la probabilidad de que pertenezcan al mismo centro.

10. El tiempo que la población de jóvenes de una región dedica mensualmente a hacer deporte sigue una distribución normal con varianza de 16 horas^2. El tiempo medio obtenido a partir de una muestra aleatoria de 64 jóvenes de dicha región es de 25.8 horas.
    Calcule un intervalo de confianza para la media poblacional, con un nivel de confianza del 97%.

    Con los datos de esa muestra se ha calculado el siguiente intervalo de confianza para el tiempo medio que los jóvenes de dicha región dedican mensualmente a hacer deporte: [24.9775,26.6225]. Determine el nivel de confianza de este intervalo, justificando su respuesta.