



## PRUEBA EXAMEN MATEMATICAS II (III) C2 ACADEMIA

### Ejercicios bloque 1

#### E1.- (Álgebra)

Se considera el sistema de ecuaciones lineales: 
$$\begin{cases} x - y + az = 0 \\ x - z = 0 \\ 2x + ay - 2z = 0 \end{cases}$$

- a) Estudie la existencia y número de soluciones según los valores del parámetro real  $a$ . **(1,2 puntos)**
- b) Resuélvalo, si es posible, para el valor del parámetro  $a = -1$ . **(0,8 puntos)**

#### E2.- (Álgebra)

Sea la matriz  $A = \begin{pmatrix} a+1 & 1 \\ a-3 & a-3 \end{pmatrix}$ .

- a) Indique para qué valores de  $a$  existe la matriz inversa  $A^{-1}$ . **(0,5 puntos)**
- b) Si  $a = 4$ ,  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ , encuentre la matriz  $X$  que verifica que  $B + XA = C$ . **(1,5 puntos)**

### Ejercicio bloque 2

#### E3.- (Geometría)

Sea el plano  $\pi \equiv x - 2y + 2z + 1 = 0$ , la recta  $r \equiv \begin{cases} x - y = 0 \\ z + 1 = 0 \end{cases}$  y el punto  $A = (1, 3, -1)$ .

Hallar la ecuación del plano que pasa por  $A$ , es paralelo a  $r$  y perpendicular a  $\pi$ .

**(2 puntos)**

#### E4.- (Geometría)

Dados el punto  $A(1,2,4)$  y la recta  $r \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{2}$ ,

- a) Hallar un punto  $B$  de la recta  $r$  de forma que el vector  $\overrightarrow{AB}$  sea paralelo al plano  $\pi \equiv x + 2z = 0$ . **(1,5 puntos)**
- b) Hallar un vector  $(a, b, c)$  perpendicular a  $(1,0, -1)$  y  $(2,1,0)$ . **(0,5 puntos)**

### Ejercicios bloque 3

#### E5.- (Análisis)

Representar gráficamente la función  $f(x) = xe^x$ , calculando previamente sus extremos relativos, intervalos de crecimiento y decrecimiento, concavidad y convexidad y sus asíntotas.

**(2 puntos)**

#### E6.- (Análisis)

Demuestre que la ecuación  $x^3 - 12x = -2$  tiene una solución en el intervalo  $[-2,2]$  y

pruebe además que esa solución es única. **(2 puntos)**



## Ejercicios bloque 4

### E7.- (Análisis)

a) Calcular  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \cos x - x}{e^x + \operatorname{sen} x - 1}$ . (1 punto)

b) Calcular  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\operatorname{sen} x + \cos x) dx$  (1 punto)

### E8.- (Análisis)

a) Calcule los puntos de corte de las gráficas de las funciones  $f(x) = \frac{2}{x}$  y  $g(x) = 3 - x$ . (0,5 puntos)

b) Sabiendo que en el intervalo  $[1,2]$  se verifica que  $g(x) \geq f(x)$  calcular el área del recinto limitado por la gráfica de ambas funciones en dicho intervalo. (1,5 puntos)

## Ejercicios bloque 5

### E9.- (Probabilidad y estadística)

El peso de los alumnos de 2º de bachillerato de un instituto de León, sigue una distribución normal, de media 75 kg y de desviación típica 5. Si se elige al azar un alumno, calcular la probabilidad de que:

- a) Tenga un peso entre 70 y 80 kg. (1 punto)
- b) Tenga un peso superior a 85 kg. (1 punto)

### E10.- (Probabilidad y estadística)

La probabilidad de que a un puerto llegue un barco de tonelaje bajo, medio o alto es 0,6, 0,3 y 0,1, respectivamente. La probabilidad de que necesite mantenimiento en el puerto es 0,25 para los barcos de bajo tonelaje, 0,4 para los de tonelaje medio y 0,6 para los de tonelaje alto.

- a) Si llega un barco a puerto, calcule la probabilidad de que necesite mantenimiento. (1 punto)
- b) Si un barco ha necesitado mantenimiento, calcule la probabilidad de que sea de tonelaje medio. (1 punto)