A5 Y B5

JUNIO 2020 A5.- En una empresa el 70 por ciento de sus trabajadoras están satisfechas con su contrato, y entre las satisfechas con su contrato el 80 por ciento gana mas de 1000 €. Entre las no satisfechas solo el 20 por ciento gana mas de 1000 €. Si se elige una trabajadora al azar:

1. ¿Cuál es la probabilidad de que gane mas de 1000 €?
2. Si gano mas de 1000 € ¿Cuál es la probabilidad que esté satisfecha con su contrato?
3. ¿Cual es la probabilidad de que gane menos de 1000 € y este satisfecha con su contrato?

JUNIO 2020 B5.- En un garaje hay 30 aparcamientos. En cada aparcamiento puede encontrarse o no un automóvil, con independencia de lo que ocurra en los otros. Si la probabilidad de que un aparcamiento este ocupado es de 0,4, se pide:

1. Identificar y describir este modelo de probabilidad.
2. Hallar la probabilidad de que cierto día haya 8 automóviles aparcados.
3. Hallar la probabilidad de que un día haya entre 10 y 20 automóviles aparcados.

JULIO 2020 A5.- Una maquina produce recipientes cuyas capacidades se distribuyen según una distribución normal $N(10; 0{,}1)$. Un fabricante considera que un recipiente es defectuoso si su capacidad no esta entre 9,8 y 10,1. Calcular:

1. La probabilidad de que un recipiente sea considerado defectuoso.
2. Si se han fabricado 1500 recipientes, ¿Cuántos se esperan defectuosos?

JULIO 2020 B5.- En un instituto el 40 por ciento de sus alumnos tiene el cabello castaño, el 35 por ciento tiene los ojos azules y el 15 por ciento tiene el cabello castaño y los ojos azules. Se escoge una persona al azar:

1. Si tiene los cabellos castaños, ¿Cuál es la probabilidad de que tenga los ojos azueles?
2. Si tiene los ojos azueles, ¿Cuál es la probabilidad de que no tenga el cabello castaño?
3. ¿Cuál es la probabilidad de que no tenga el cabello castaño ni los ojos azueles?
4. ¿Cuál es la probabilidad de que tenga el cabello castaño o los ojos azueles?

JUNIO 2019 A5.- Sobre una mesa tengo tres cajas con botones; la primera caja tiene 3 botones, la segunda 5 y la tercera 4. Cada una de las cajas contiene un solo botón rojo. Si elijo al azar una caja y saco de ella un botón al azar:

1. ¿Cuál es la probabilidad de que sea un botón rojo?
2. Si he sacado un botón rojo, ¿Cuál es la probabilidad de pertenecer a la primera caja?

JUNIO 2019 B5.-Lanzamos un dado de seis caras 6000 veces. Calcular la probabilidad de que el numero de veces que salga el 5.

1. Sea superior a 1500
2. Este comprendido entre 1000 y 1100.

JULIO 2019 A5.- Una caja tiene 3 monedas R, L y M. la moneda R es normal, la L tiene cara por los dos lados y la M esta trucada, de forma que la probabilidad de salir cara es $\frac{1}{5}$. Se tira una moneda elegida al azar.

1. Calcular la probabilidad que se obtenga cara.
2. Si ha salido cruz, ¿Cuál es la probabilidad que sea la moneda R?

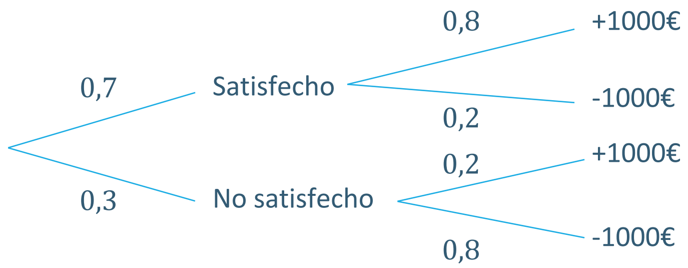
JULIO 2019 B5.-Los resultados obtenidos en una prueba realizada a 500 estudiantes se distribuyen normalmente con media 40 puntos y desviación típica 10 puntos.

1. ¿Qué porcentaje del alumnado tiene una puntuación entre 30 y 60 puntos?
2. ¿Cuántos estudiantes tienen una puntuación superior a 60 puntos?

SOLUCIONES

JUNIO 2020 A5.- En una empresa el 70 por ciento de sus trabajadoras están satisfechas con su contrato, y entre las satisfechas con su contrato el 80 por ciento gana mas de 1000 €. Entre las no satisfechas solo el 20 por ciento gana mas de 1000 €. Si se elige una trabajadora al azar:

1. ¿Cuál es la probabilidad de que gane mas de 1000 €?
2. Si gano mas de 1000 € ¿Cuál es la probabilidad que esté satisfecha con su contrato?
3. ¿Cual es la probabilidad de que gane menos de 1000 € y este satisfecha con su contrato?



$$P(+1000€) = P(satisfecho \cap +) + P(no\ satisfecho \cap +) =$$

$$= 0{,}7 \cdot 0{,}8 + 0{,}3 \cdot 0{,}2 =$$

$$P(satisfecho/+1000€) = \frac{P(satisfecho \cap +1000€)}{P(+1000€)} = \frac{0{,}7 \cdot 0{,}8}{0{,}7 \cdot 0{,}8 + 0{,}3 \cdot 0{,}2} =$$

$$P(satisfecha \cap -1000€) = 0{,}7 \cdot 0{,}2 =$$

JUNIO 2020 B5.- En un garaje hay 30 aparcamientos. En cada aparcamiento puede encontrarse o no un automóvil, con independencia de lo que ocurra en los otros. Si la probabilidad de que un aparcamiento este ocupado es de 0,4, se pide:

1. Identificar y describir este modelo de probabilidad.
2. Hallar la probabilidad de que cierto día haya 8 automóviles aparcados.
3. Hallar la probabilidad de que un día haya entre 10 y 20 automóviles aparcados.

⇒ Se trata de una distribución $B(n,p) \rightarrow B(\ 30{,}0'4)$

Tenemos que aplicar esta formula ya que vamos a calcular la probabilidad de algo en concreto.

$$\Rightarrow \ P(x=8) = \binom{30}{8} \cdot 0{,}4^{8} \cdot 0{,}6^{22} = 0{,}903$$

⇒ Ahora que vamos a calcular la probabilidad de un intervalo, debemos acercar la distribución binominal a la normal ya que,

$$n \cdot p \geq 5 \ , \qquad n \cdot q \geq 5 \ , \qquad n \geq 30$$

Por tanto, la nueva distribución quedara de la siguiente forma:

$$B(n,p) \rightarrow N\left(n \cdot p, \sqrt{npq}\right) \rightarrow N(12{,}2'68)$$

Recuerda, cuando acercamos la binomial a la normal tenemos que hacer una corrección. Normalmente este paso se os suele olvidar y el ejercicio estara entero mal.

$$P(10 \leq x \leq 20) \rightarrow realizamos\ la\ corrección \rightarrow P(9{,}5 < x' < 20{,}5)$$

El siguiente paso, después de hacer la corrección es tipificar:

$$P\left(\frac{9{,}5-12}{2{,}68} < Z < \frac{20{,}5-12}{2{,}68}\right) = P(-0{,}9328 < Z < 3{,}1716) =$$

$$0{,}9992 - (1 - 0{,}8283) = 0{,}823$$

Recuerda que debes de buscar en la tabla las probabilidades para poder hacer el ejercicio.

JULIO 2020 A5.- Una maquina produce recipientes cuyas capacidades se distribuyen según una distribución normal $N(10; 0{,}1)$. Un fabricante considera que un recipiente es defectuoso si su capacidad no esta entre 9,8 y 10,1. Calcular:

1. La probabilidad de que un recipiente sea considerado defectuoso.
2. Si se han fabricado 1500 recipientes, ¿Cuántos se esperan defectuosos?

Para calcular la probabilidad de que un recipiente sea defectuoso deberemos de hacer el siguiente procedimiento;

Primero debemos plantear la probabilidad del intervalo:

$$P(9{,}8 \leq x \leq 10{,}1) \rightarrow tipificar \rightarrow P\left(\frac{9{,}8-10}{0{,}1} < Z < \frac{10{,}1-10}{0{,}1}\right) = P(-2 < Z < 1)$$

$$= 0{,}8413 - (1 - 0{,}9772) = 0{,}8115$$

Para saber de 1500 recipientes cuantos han sido defectuosos, deberemos hacer la siguiente operación:

$$1500 \cdot 0{,}8115 = 272{,}25 \approx 273$$

JULIO 2020 B5.- En un instituto el 40 por ciento de sus alumnos tiene el cabello castaño, el 35 por ciento tiene los ojos azules y el 15 por ciento tiene el cabello castaño y los ojos azules. Se escoge una persona al azar:

1. Si tiene los cabellos castaños, ¿Cuál es la probabilidad de que tenga los ojos azueles?
2. Si tiene los ojos azueles, ¿Cuál es la probabilidad de que no tenga el cabello castaño?
3. ¿Cuál es la probabilidad de que no tenga el cabello castaño ni los ojos azueles?
4. ¿Cuál es la probabilidad de que tenga el cabello castaño o los ojos azueles?

Lo primero que tienes que hacer es crear la tabla de contingencia, observa que la forma en la que el enunciado nos da la información hace que debamos crear una tabla de contingencia en vez de un diagrama de árbol.

	$pelo\ castaño$	$no\ pelo\ castaño$	
$ojos\ azules$	$0{,}15$	$0{,}2$	$0{,}35$
$no\ ojos\ azules$	$0{,}25$	$0{,}4$	$0{,}65$
	$0{,}4$	$0{,}6$	1

$\Rightarrow P(Ojos\ azules/Pelo\ Castaños) = \frac{P(Ojos\ azules \cap Castaños)}{P(Castaños)} = \frac{0{,}15}{0{,}4}$

$\Rightarrow P(No\ Pelo\ castaño/Ojos\ azueles) = \frac{P(Ojos\ azules \cap NO\ Castaños)}{P(Ojos\ azueles)} = \frac{0{,}2}{0{,}35}$

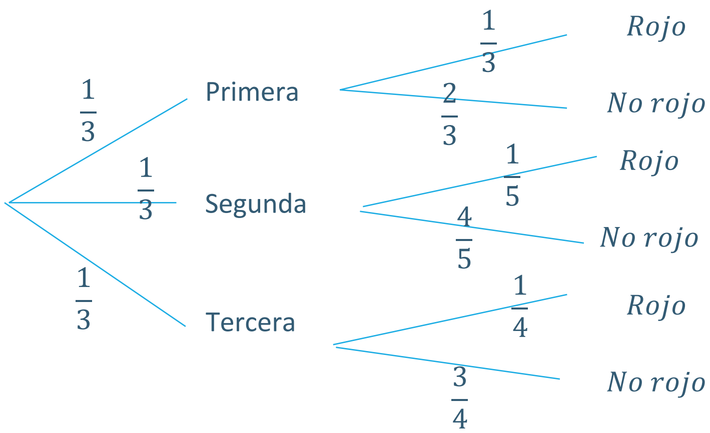
$\Rightarrow P(ni\ pelo\ castaño\ \cap Ni\ ojos\ azueles) = 0{,}4$

$\Rightarrow P(Cabello\ castaño\ \cup Ojos\ azules) = P(cabello\ castaño) + P(ojos\ azueles) - P(cabellos\ castaños\ \cap Ojos\ azules) =$

$$0{,}4 + 0{,}35 - 0{,}15 = 0{,}6$$

JUNIO 2019 A5.- Sobre una mesa tengo tres cajas con botones; la primera caja tiene 3 botones, la segunda 5 y la tercera 4. Cada una de las cajas contiene un solo botón rojo. Si elijo al azar una caja y saco de ella un botón al azar:

1. ¿Cuál es la probabilidad de que sea un botón rojo?
2. Si he sacado un botón rojo, ¿Cuál es la probabilidad de pertenecer a la primera caja?



$$P(Boton\ rojo) =$$

$$P(primera\ \cap Rojo) + P(Segunda\ \cap Rojo) + P(Tercera\ \cap Rojo) =$$

$$\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{5}+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{4}=\frac{47}{180}$$

$$P(primera/boton\ rojo) = \frac{P(primera\ \cap rojo)}{P(rojo)} = \frac{\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}}{\frac{47}{180}} = \frac{20}{47}$$

JUNIO 2019 B5.-Lanzamos un dado de seis caras 6000 veces. Calcular la probabilidad de que el numero de veces que salga el 5.

1. Sea superior a 1500
2. Este comprendido entre 1000 y 1100.

Se trata de una distribución binominal→ $B\left(6000, \frac{1}{6}\right)$

⇒ Para este apartado nos pide que calculemos la probabilidad de que al tirar el dado 6000 veces, 1500 sean el numero 5:

Lo primero que debemos hacer es acercar la binomial a la normal, ya que,

$$n \cdot p \geq 5 \ , \qquad n \cdot q \geq 5 \ , \qquad n \geq 30$$

Por tanto, la nueva distribución quedara de la siguiente forma:

$$B(n, p) \to N\left(n \cdot p, \sqrt{npq}\right) \to N(1000, 28'9)$$

Cuando ya hemos hecho esta transformación, planteamos lo que el enunciado nos pide:

$$P(x > 1500) \to Corrección \to P(x' > 1500{,}5) \to Tipificar \to$$
$$P\left(Z > \frac{1500{,}5 - 1000}{28{,}9}\right) = P(Z > 17{,}13) = 0$$

Es cero ya que este valor no se encuentra dentro de la tabla

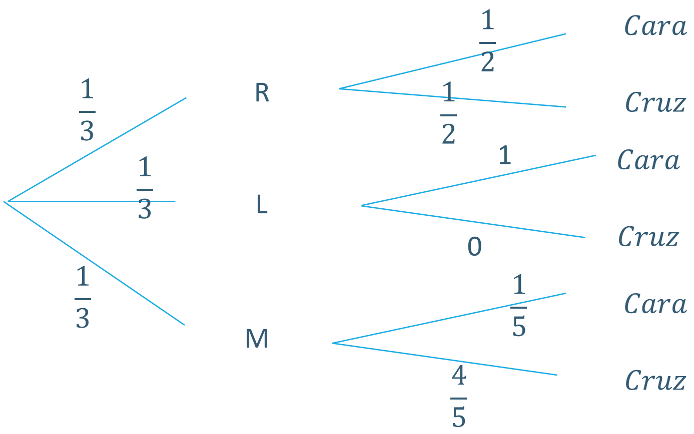
$$P(1000 < x < 1100) \to correccion \to P(1000{,}5 < x' < 1099{,}5) \to Tipificar \to$$

$$= P\left(\frac{1000{,}5 - 1000}{28{,}9} < Z < \frac{1099{,}5 - 1000}{28{,}9}\right) =$$

$$= P(Z < 3{,}48) - P(0{,}002) = 0{,}4917$$

JULIO 2019 A5.- Una caja tiene 3 monedas R, L y M. la moneda R es normal, la L tiene cara por los dos lados y la M esta trucada, de forma que la probabilidad de salir cara es $\frac{1}{5}$. Se tira una moneda elegida al azar.

1. Calcular la probabilidad que se obtenga cara.
2. Si ha salido cruz, ¿Cuál es la probabilidad que sea la moneda R?



$$P(cara) = P(R \cap cara) + P(L \cap cara)P(M \cap cara) =$$

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot 1 + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} = \frac{17}{30}$$

La probabilidad que acabamos de calcular es la de sacar cara, para saber la probabilidad de sacar cruz:

$$P(cruz) = 1 - P(cara) = 1 - \frac{17}{30} = \frac{13}{30}$$

$$P(R/cruz) = \frac{P(R \cap cruz)}{P(cruz)} = \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}}{\frac{13}{30}} = \frac{5}{13}$$

JULIO 2019 B5.-Los resultados obtenidos en una prueba realizada a 500 estudiantes se distribuyen normalmente con media 40 puntos y desviación típica 10 puntos.

1. ¿Qué porcentaje del alumnado tiene una puntuación entre 30 y 60 puntos?
2. ¿Cuántos estudiantes tienen una puntuación superior a 60 puntos?

Lo primero que debemos de hacer es plantear la distribución: $N(40{,}10)$

Ahora vamos a calcular la primera parte, donde nos piden que digamos que porcentaje de alumnos tiene una puntuación entre $30\ y\ 60$.

$$P(30 < x < 60) \rightarrow Tipificar \rightarrow P\left(\frac{30-40}{10} < Z < \frac{60-40}{10}\right) =$$

$$P(-1 < Z < 2) = 0{,}9772 - (1 - 0{,}8413) = 0{,}8185$$

Para el segundo apartado primero deberemos calcular el porcentaje que esta por encima de 60 puntos y después aplicarlo a nuestra muestra de 500 estudiantes:

$$P(x > 60) = P\left(Z > \frac{60-40}{10}\right) = P(Z > 2) = 1 - 0{,}9772 = 0{,}0228$$

Ahora para saber cuantos estudiantes están por encima de 60 puntos en nuestro caso:

$$500 \cdot 0{,}0228 \equiv 12$$