A3 Y B3 TEORIA

CALCULO DE PARAMETROS:

La función pasa por el punto $(A, B) \to f(A) = B$

La función tiene un MAX, min o extremo relativo en... $\begin{cases} \to (A, B) \begin{cases} f(A) = B \\ f'(A) = 0 \end{cases} \\ \to x = A \to f'(A) = 0 \end{cases}$

La función tiene un Punto de Inflexión en ... $\begin{cases} \to (A, B) \begin{cases} f(A) = B \\ f''(A) = 0 \end{cases} \\ \to x = A \to f''(A) = 0 \end{cases}$

La función tiene una recta tangente paralela a la función $y = mx + n$ en ... $\begin{cases} \to (A, B) \begin{cases} f(A) = B \\ f'(A) = m \end{cases} \\ \to x = A \to f'(A) = m \end{cases}$

PARA QUE UNA FUNCION NO TENGA UN MAXIMO O MINIMO EN UN PUNTO $f''(x) = 0$

MÁXIMO, MÍNIMO, PUNTO INFLEXIÓN, CRECIMIENTO, DECREMIMIENTO, CONCAVA, CONVEXA…

$f'(x) = 0$, con este calculo obtendremos los valores de los posibles MÁXIMOS y mínimos de la función.

Es decir, x_1 , x_2 , … x_n

Tenemos dos formas de reconocer si esos valores son máximos o mínimos:

- Representación en la recta real

Los valores que hemos obtenido de igualar a cero la primera derivada, los representamos en la recta, cogemos un valor de cada intervalo, y lo sustituimos en la primera derivada.

$$f'(x_n) > 0 \rightarrow intervalo\ creciente\ (IC)$$

$$f'(x_n) < 0 \rightarrow intervalo\ decreciente\ (ID)$$

Cuando coincida un IC con un ID, tendremos un MÁXIMO y cuando coincida un ID con un IC obtendremos un mínimo.

- Con la segunda derivada $f''(x)$

$$f''(x_n) > 0 \rightarrow mínimo$$

$$f''(x_n) < 0 \rightarrow MÁXIMO$$

$f''(x) = 0$, con este calculo obtenemos los posibles puntos de inflexión.

Los valores los representamos en la recta real para coger un valor de cada intervalo y sustituirlo en la segunda derivada.

$f''(x_m) < 0 \rightarrow convexa$; $f''(x_m) > 0 \rightarrow concava.$

Cuando existe un cambio en la curvatura de la función tenemos un punto de inflexión.

	Función	Derivada
Tipo potencial	$y = k \cdot f(x)^n$	$y' = n \cdot k \cdot f(x)^{n-1} \cdot f'(x)$

	Función	Derivada
Tipo exponencial	$y = e^{f(x)}$	$y' = e^{f(x)} \cdot f'(x)$
	$y = a^{f(x)}$	$y' = a^{f(x)} \cdot f'(x) \cdot ln\ a$

	Función	Derivada
Tipo logarítmico	$y = ln\ f(x)$	$y' = \frac{f'(x)}{f(x)}$
	$y = log_a f(x)$	$y' = \frac{f'(x)}{f(x)} \cdot \frac{1}{ln\ a}$

	Función	Derivada
Tipo seno	$y = sen\ f(x)$	$y' = f'(x) \cdot cos\ f(x)$

	Función	Derivada
Tipo coseno	$y = cos\ f(x)$	$y' = -f'(x) \cdot sen\ f(x)$

	Función	Derivada
Tipo tangente	$y = tg\ f(x)$	$y' = \frac{f'(x)}{cos^2 f(x)}$

	Función	Derivada
Tipo cotangente	$y = ctg\ f(x)$	$y' = \frac{-1}{sen^2 f(x)} \cdot f'(x)$

	Función	Derivada
Formaciones Arcos	$y = arc\ sen\ f(x)$	$y' = \frac{1}{\sqrt{1 - f^2(x)}} \cdot f'(x)$
	$y = arc\ cos\ f(x)$	$y' = \frac{-1}{\sqrt{1 - f^2(x)}} \cdot f'(x)$
	$y = arc\ tg\ f(x)$	$y' = \frac{1}{1 + f^2(x)} \cdot f'(x)$

La derivada de una suma o resta de funciones es la suma o resta de sus derivadas:

$$y = f(x) \pm g(x) \to y' = f'(x) \pm g'(x)$$

La derivada de una multiplicación:

$$y = k \cdot x \to y' = x$$

$$y = u \cdot v \to y' = u' \cdot v + u \cdot v'$$

La derivada de una división:

$$y = \frac{k}{u} \to y' = \frac{-ku'}{u^2}$$

$$y = \frac{u}{v} \to y' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$$

ECUACIÓN DE RECTA TANGENTE:

$$y = f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0)$$

$$f'(x_0) = m$$

$$x_0 \to Punto\ de\ tangencia$$

$$m = \tan \alpha$$

CONTINUIDAD Y DERIVABILIDAD:

Para que una función sea continua en un punto $x = a$ tiene que cumplir lo siguiente:

$$\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$$

Es decir, que se cumplan los siguientes tres puntos:

- Que exista el limite de la función en el punto que nos dicen:

$$\lim_{x \to a^+} f(x) = \lim_{x \to a^-} f(x)$$

- Que exista imagen en el punto que nos dicen:

$$f(a)$$

- Que el valor de ambos puntos anteriores sea el mismo.

Para que una función sea derivable, primero tiene que cumplir que sea continua y después cumplir lo siguiente:

$$f'(a^+) = f'(a^-)$$

OPTIMIZACIÓN

Los pasos que tienes que dar para resolver un ejercicio de optimización son:

1) Encontrar la función que te limita el problema.
2) Encontrar la función que tiene que optimizar, es decir, calcular el máximo o el mínimo.
3) Despejar de la función limitante la incógnita ``y´´
4) Sustituir en la función de optimización el valor que hemos obtenido en el paso anterior de la incógnita ``y´´.
5) Derivar, igualar a cero y hallar los valores.

¿CÓMO SE CALCULAN LAS ASÍNTOTAS?

- Asíntota Vertical
  Tenemos que calcular el domino de la función con la que estamos trabajando, todos los puntos que están fuera del dominio son posibles asíntotas verticales y tenemos que calcular el limite en dichos puntos y después, los limites laterales con dichos valores (puntos).

$$\lim_{x-x_0^+} f(x) \qquad y \qquad \lim_{x\to x_0^-} f(x)$$

- Asíntota Horizontal
  Tenemos que calcular los limites en el infinito y en el menos infinito, es decir,

$$\lim_{x\to\infty} f(x) \quad y \quad \lim_{x\to-\infty} f(x)$$

- Asíntota Oblicua
  Para este calculo tenemos dos procedimientos dependiendo de cómo sea la función con la que estemos trabajando.

  a) $y=\frac{f(x)}{g(x)} \to para\ calcular\ la\ A.O. \to \ f(x) \quad g(x)$

$$p(x) \to por\ tanto\ y=p(x)\ es\ la\ A.O.$$

  b) Por el contrario, si trabajamos con una función que no sea una división de dos polinomios:

$$A.O. \to y = mx + n \quad donde,$$

$$m = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{f(x)}{x}$$

$$n = \lim_{x\to\infty} f(x) - mx$$

Algo muy importante, si existe asíntota horizontal no puede existir asíntota oblicua, por el contrario, si no existe asíntota horizontal puede existir asíntota oblicua.