A1 Y B1 TEORIA

DISCUTIR UN SISTEMA EN FUNCIÓN DE PARAMETROS

Para poder hacer la discusión de un sistema necesitamos conocer el Teorema de Rouché:

$$Si\ rang(A) < rang(A^*) \rightarrow\ Sistema\ es\ Incompatible \rightarrow No\ tiene\ solución$$

$$Si\ rang(A) = Rang(A^*) = numero\ de\ incognitas \rightarrow Compatible\ Determinado \rightarrow Una\ solución$$

$$Si\ rang(A) = Rang(A^*) < nº\ de\ incognitas \rightarrow Compatible\ Indeterminado \rightarrow Infinitas\ soluciones$$

Hay que recordar que para calcular el rango de una matriz lo podemos hacer mediante su determinante:

$$|A_{3x3}| \neq 0 \rightarrow Rang(A) = 3$$

$$|A_{3x3}| = 0 \rightarrow Rang(A) < 3$$

En este caso tendrías que buscar otro determinante $3x3$ para poder demostrar que el rango de la matriz es 3 o uno de $2x2$ para demostrar que el $rang(A) = 2$

Muy importante, hay que recordar también que el rango de una matriz se puede calcular utilizando el método de Gauss, ya que el numero de filas diferentes de cero, será el rango de la matriz.

MATRIZ INVERSA

$$A^{-1} = \frac{\left(A_{adj}\right)^t}{|A|}$$

$$|A| = 0 \rightarrow La\ matriz\ no\ tiene\ inversa$$

$$|A| \neq 0 \rightarrow La\ matriz\ si\ tiene\ inversa$$

Recuerda lo que era la matriz de adjuntos:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow A_{adj} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{pmatrix}$$

$$A_{11} = (-1)^{1+1} \cdot \begin{vmatrix} A_{22} & A_{23} \\ A_{32} & A_{33} \end{vmatrix}\ estas\ operaciones\ tienes\ que\ hacer\ para\ calcular\ A_{adj}$$

Recuerda que la matriz traspuesta de otra matriz es cambiar las filas por columnas.

MULTIPLICACIÓN DE DOS MATRICES

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\ B = \begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix}$$

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ax + bz & ay + bt \\ cx + dz & cy + dt \end{pmatrix}$$

REGLA DE CRAMER

Esta regla sirve para resolver Sistemas Compatibles Determinados e Indeterminados.

$$\begin{cases} ax + by + cz = u \\ a'x + b'y + c'z = u \\ a''x + b''y + c''z = u \end{cases} \rightarrow x\begin{pmatrix} a \\ a' \\ a'' \end{pmatrix} + y\begin{pmatrix} b \\ b' \\ b'' \end{pmatrix} + z\begin{pmatrix} c \\ c' \\ c'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u \\ u' \\ u'' \end{pmatrix}$$

También podemos expresarlo de esta otra manera:

$$xA + yB + zC = U$$

Ahora si aplicamos las propiedades de los determinantes a esta expresión y la desarrollamos llegaremos a deducir:

$$x = \frac{det(U, B, C)}{det(A, B, C)} \qquad y = \frac{det(A, U. C)}{det(A, B, C)} \qquad z = \frac{det(A, B, U)}{det(A, B, C)}$$

RESOLVER SISTEMA COMPATIBLE INDETERMINADO

Recuerda en estos casos, tienes infinitas soluciones, es decir, la solución depende de un parámetro que diremos que es t.

El primer paso es quitar una de las ecuaciones, ya que existe una combinación lineal entre ellas. Si no ves donde esta la combinación, quita la ecuación que no hallas utilizado para determinar que el $rang(A)\ y\ rango\ (A^{*})\ es\ 2.$ Llama $z = t$ a la ecuación que hallas eliminado. Después pasa el parámetro t a la parte de la derecha del igual, para finalmente resolver por el método de reducción el sistema, quedando la solución en función del parámetro t, esta será la solución general, es decir, TODAS LAS SOLUCIONES.

Con un ejemplo seguramente lo veas mejor:

$$\begin{cases} x+y+z=1 \\ x+y+z=1 \\ x+2y+4z=2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+y+z=1 \\ x+2y+4z=2 \\ z=t \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+y=1-t \\ x+2y=2-4t \end{cases}$$

Por el método de reducción resuelves el sistema:

$$\begin{array}{c} x+y=1-t \\ x+2y=2-4t \end{array}$$

$$-y=-1+3t$$

Por tanto, $y = 1 - 3t$

Sabiendo el valor de esta incógnita, tienes que calcular la incógnita ''x''

$$x+y=1-t \rightarrow x=1-t-y \rightarrow x=1-t-(1-3t) \rightarrow x=2t$$