

A3 B3 TEORIA

RESUMEN FORMULAS DE PROBABILIDAD:

Suceso contrario: $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

Intersección: $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B/A)$ (*DEPENDIENTES*)

Para que dos sucesos sean incompatibles $A \cap B = \emptyset$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Para que dos sucesos sean compatibles $A \cap B \neq \emptyset$

Que ocurran los dos sucesos a la vez



$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \text{ (INDEPENDIENTES)}$$

Que ocurra uno u otro suceso.

Que ocurra uno de los dos sucesos.



$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Leyes de Morgan:

$$\overline{(A \cup B)} = \bar{A} \cap \bar{B}$$

$$\overline{(A \cap B)} = \bar{A} \cup \bar{B}$$

Ley de Laplace

$$P(A) = \frac{\text{número de casos favorables}}{\text{todos los casos posibles}}$$

Formulas interesante:

$$P(\overline{(A \cup B)}) = P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 1 - P(A \cup B)$$

$$P(\bar{A} \cup \bar{B}) = \overline{P(A \cap B)} = 1 - P(A \cap B)$$

$$P(A \cap \bar{B}) = P(A) - P(A \cap B)$$

$$P(B \cap \bar{A}) = P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A) = P(A \cap \bar{B}) + P(A \cap B)$$

$$P(B) = P(B \cap \bar{A}) + P(A \cap B)$$

$$A - B = A \cap \bar{B}$$

Para comprobar que dos sucesos sean independientes se tiene que cumplir que:

$$P(B/A) = P(B)$$

$$P(A/B) = P(A)$$

PROBABILIDAD

¿QUÉ ES UN EXPERIMENTO ALEATORIO?

Es aquel que, al repetirlo en mismas condiciones, da resultados diferentes, es decir, no se puede predecir el resultado que vamos a obtener. Ejemplos de experimentos aleatorios son los siguientes:

- Lanzar una moneda al aire y ver si sale cara o cruz
- Sacar una carta de una baraja
- Lanzar un dado para saber que valor sale en una de sus caras.

SUCESO ALEATORIO

Es cada uno de los subconjuntos del espacio muestral E .

En el experimento que consiste en lanzar un dado con las caras numeradas del uno al seis, el espacio muestral es $E = \{1,2,3,4,5,6\}$ y como ejemplos tenemos:

$A = \{2,4,6\}$, que es el suceso "salir numero par".

$B = \{3,6\}$, suceso "salir multiplo de 3".

DISTINTOS TIPOS DE SUCESOS

Sucesos elementales

Esta formado por un solo elemento.

Suceso compuesto

Este compuesto por dos o mas elementos.

Suceso seguro

Es el que se verifica siempre. Es el propio espacio muestral.

Suceso imposible

Es el que no se verifica nunca.

En el experimento anterior de lanzar un dado, tenemos:

$E = \{1,2,3,4,5,6\}$ (suceso seguro)

$A = \{2,4,6\}$ (suceso compuesto)

$C = \{4\}$ (suceso elemental)

El conjunto de todos los sucesos de un espacio muestral recibe el nombre de espacio de sucesos y se designa por S .

Si consideramos el experimento que consiste en lanzar una moneda, el espacio muestral será $E = \{c, x\}$ y el espacio de sucesos, $S = \{\phi, c, x, E\}$

SUCESOS CONTRARIO O COMPLEMENTARIOS

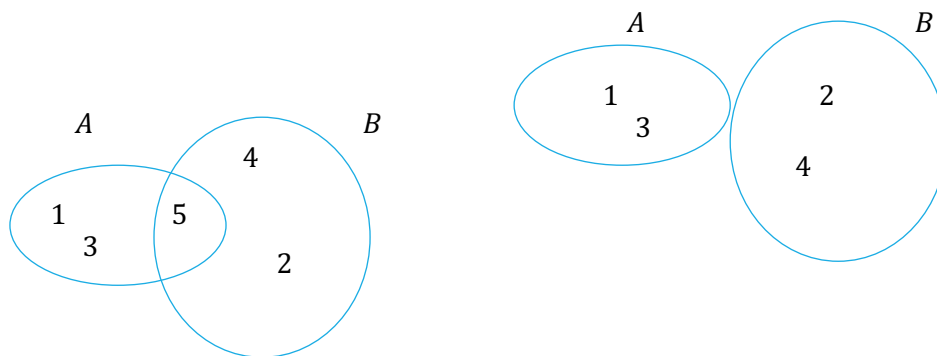
La explicación es muy sencilla, si tenemos un suceso que se llama A el suceso contrario se denota por \bar{A}, A', A^c .

La unión del suceso y de su suceso contrario siempre es el espacio muestral. Como ejemplo, pensemos en el lanzamiento de un dado.

$$A = \{2, 4, 6\} \text{ sacar numero par.}$$

$$\bar{A} = \{1, 3, 5\} \text{ no sacar par.}$$

¿QUÉ SON LOS SUCECOS INCOMPATIBLES?



En definitiva, podemos concluir con lo siguiente:

- $A \cap B = \phi$ los sucesos son incompatibles
- $A \cap B \neq \phi$ los sucesos son compatibles

EXPERIMENTOS COMPUESTOS

Estos experimentos son los que están formados por varios experimentos simples. Un experimento simple será lanzar una moneda al aire. Un experimento compuesto puede ser lanzar una moneda al aire y un dado.

$$E = \{1c, 2c, 3c, 4c, 5c, 6c, 1x, 2x, 3x, 4x, 5x, 6x\}$$

Por ejemplo, lanzar dos monedas al aire será:

$$E = \{cc, cx, xc, xx\}$$

PROBABILIDAD

Ley del azar

En un experimento, al realizar un gran número N de pruebas, la frecuencia relativa de un cierto suceso A tiende a estabilizarse, normalmente a un valor fijo, $P(A)$, probabilidad de A .

$$[\text{Probabilidad de } A] = P(A) = \frac{N_A}{N}$$

Definición clásica

La probabilidad de un suceso A es el cociente entre el número de casos favorables al suceso y el número de casos posibles.

$$P(A) = \frac{\text{número de casos favorables}}{\text{número de casos posibles}} \quad (\text{Regla de Laplace})$$

Definición axiomática

La probabilidad es una función que asocia a cada suceso, del espacio de sucesos, un número real, que representamos por $P(A)$, que cumple las siguientes condiciones:

- La probabilidad de cualquier suceso siempre es positiva: $P(A) \geq 0$.
- La probabilidad del suceso seguro es 1: $P(E) = 1$.
- Si dos sucesos A y B son incompatibles, $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

Otras propiedades

- Si dos sucesos son complementarios $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$.
- La probabilidad del suceso imposible es cero, es decir, $P(\phi) = 0$.
- Si un suceso A está contenido en otro B , entonces, $P(A) \leq P(B)$.
- La probabilidad de un suceso cualquiera es siempre igual o menor que uno.
- Si dos sucesos son compatibles, $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

PROBABILIDAD CONDICIONADA

La probabilidad del suceso B condicionada por el suceso A es la probabilidad de que se realice B sabiendo que se ha realizado A , se representa por $P(B/A)$ y se define:

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

Del mismo modo podríamos tener:

$$P(A/B) = \frac{P(B \cap A)}{P(B)}$$

SUCESOS DEPENDIENTE E INDEPENDIENTES

Dos sucesos A y B son independientes si se verifica que $P(B/A) = P(B)$. En caso contrario, los sucesos se llaman dependientes.

Cuando dos sucesos son independientes se verifica: $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

TEOREMA DE LA PROBABILIDAD TOTAL

Para realizar este tipo de probabilidad es recomendable utilizar el diagrama del árbol. El ejercicio nos pedirá la probabilidad de algo en concreto y nosotros tendremos que obtener todos y cada uno de los caminos que nos lleven a ese resultado.

TEOREMA DE BAYES

Se trata en este caso, de averiguar probabilidades con posterioridad a conocer el resultado final del experimento, es decir, se pedirá la probabilidad de que ocurra alguno de los pasos intermedios sabiendo de antemano, cual ha sido el resultado último de dicho experimento.

Se trata, como ya hemos visto anteriormente de una probabilidad condicionada.

