A2 B2

JUNIO 2020 A2.- Sea la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & 0 \leq x \leq 1 \\ ax+2 & 1 < x \leq 2 \end{cases}$$

1. Determinar el valor del parámetro a para que la función sea continua en el punto $x = 1$
2. Realizar la representación gráfica de la función cuando a=2
3. Calcular el área comprendida entre la función y el eje de abscisas OX para a=2

JUNIO 2020 B2.- Sea la siguiente función

$$\mathrm{f(x)} = \frac{\mathrm{x}}{\mathrm{x}^2 + 1}$$

⇒ Determinar los intervalos de crecimiento y decrecimiento, y los máximos y mínimos relativos de la función.

⇒ Calcula las asíntotas verticales y horizontales de la función.

⇒ Representa gráficamente el área comprendida entre la función y la recta $\mathrm{y} = \frac{\mathrm{x}}{2}$

⇒ Obtén la primitiva de la función sabiendo que en $x = 0$ toma el valor de 1.

JULIO 2020 A2.- Sea la función $f(x) = ax^3 + bx + 1$

1. Calcula los valores de los parámetros a y b para que la función tenga un extremo relativo en el punto $(1, -5)$
2. Para $a = 2\ y\ b = -6$, estudia los máximos y mínimos relativos y los puntos de inflexión de la función.
3. Para $a = 2\ y\ b = -6$ calcula el área comprendida entre la función y la recta $y = 2x + 1$, Realiza la representación gráfica.

JULIO 2020 B2.- Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento, y los máximos y mínimos relativos de la función $y = 4 - x^2$

Representa gráficamente la función dada por:

$$f(x) = \begin{cases} 4 - x^2 & -2 \leq x < 0 \\ 4 - x & 0 \leq x \leq 4 \end{cases}$$

Hallar el área de la región limitada por la grafica de la función $f(x)$ y el eje de abscisas.

JUNIO 2019 A2 Se considera la curva $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$.

a) Estudiar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función.
b) Determinar los máximos y mínimos relativos, y los puntos de inflexión.
c) Encontrar los puntos de corte con el eje OX. Realizar la representación grafica de la función.
d) Calcular el área del recinto finito delimitado por la curva y el eje de abscisas OX.

JUNIO 2019 B2.- Encuentra una ecuación de segundo grado, sabiendo que la gráfica de la función pasa por el punto $(0,0)$ y tiene un máximo en $(1,1)$.

Encuentra el área que forma la curva que acabas de conseguir y el eje de abscisas.

JULIO 2019 A2.- Sea la función $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$

1. Encontrar los valores de los parámetros para que la función pase por el punto $(0,0)$ y tenga un extremo relativo en el punto $(2,-4)$
2. Determinar los máximos, mínimos y puntos de inflexión de la función.
3. Calcular el área de la región delimitada por el gráfico de la función y el eje de abscisas.

JULIO 2019 B2.- Sean las funciones $f(x) = x^4 - 4$ y $g(x) = 3x^2$

1. Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento de ambas funciones, así como los extremos relativos y los puntos de inflexión si los hubiera.
2. Representa gráficamente ambas funciones sobre el mismo eje de coordenadas.
3. Calcula el área de la región delimitada por ambas curvas.

JUNIO 2018 A2.- Un inversor conoce el valor que tendrán las acciones de una empresa a lo largo del año. La función $f(t) = \frac{t^3}{3} - 5t^2 + 16t + 30$ expresa dicho valor en euros, donde el tiempo t esta en meses,

$0 \leq t \leq 12$. Si inicialmente dispone de 3000 euros y durante el año puede realizar como máximo 2 operaciones de compra y 2 de venta.

a) Utilizando el análisis de los máximos y mínimos de la función, deducir en que instantes debe realizar el inversor cada compra y cada venta para que, a final de año $(t = 12)$, disponga del máximo dinero.
b) ¿Cuál será el máximo beneficio que podrá obtener realizando las 4 operaciones optimas indicadas en el apartado anterior?

SOLUCIÓN

JUNIO 2018 B2.- La función $f(x)$ esta definida a trozos. Cuando $x \leq 3$ vale $f(x) = ax + b$ y cuando $x \geq 3$ $vale$ $f(x) = cx^2 + dx + e, donde\ a, b, c, d\ y\ e$ son parámetros desconocidos. Si la función $f(x)$ tiene un máximo en $x = 4$ y la función y su derivada en $x = 3$ valen respectivamente

$f(3) = 3$ y $f'(3) = 2$:

a) Hallar los valores de los parámetros a, b, c, d y e que determinan la función $f(x)$.
b) Obtener las coordenadas de los puntos de corte P y Q de la función $f(x)$ con el eje de abscisas OX y calcular la integral de $f(x)$ en el intervalo $[P, Q]$

SOLUCIÓN

JULIO 2018 A2.- Dada la función $h(x) = a\ln(x) - 6x + 2x^2$ definida en el intervalo

$0{,}01 \leq x \leq 3$, donde la función $ln\ (x)$ representa el logaritmo de x, responder:

a) ¿Cuánto debe valer el parámetro a para que se cumpla $h(1) = -17$
b) Dada la función $f(x) = 4 + \ln(x) - 6x + 2x^2$ definida en el mismo intervalo que la función anterior. ¿Cuales son las coordenadas de los máximos y mínimos locales de la función en dicho intervalo? (ayuda: resolver $x \cdot f'(x) = 0$)

JULIO 2018 B2.- La siguiente función, mide los beneficios de una compañía de telecomunicaciones con respecto al numero de antenas instaladas $(x \geq 1)$

$$f(x) = 100 - \frac{98}{x} - 2x$$

Calcular el numero de antenas que haga que los beneficios sean máximos.

¿En que intervalo debe encontrarse x para que el beneficio sea positivo?

JUNIO 2017 A2.- Se estima que el numero de enfermos de gripe en una ciudad en el instante x esta definido por la función $f(x) = -3x^2 + 24x$, siempre que esta sea positiva. La variable x se mide en semanas. Los instantes en que $f(x) = 0$ marcan el intervalo de definición de la función y la duración de la epidemia. El numero de enfermos hospitalizados se estima por la función $g(x) = -4x^2 + 44x - 96$ cuando esta sea positiva y $g(x) = 0$ en caso contrario.

a) Esboza una gráfica de cada una de las funciones $f(x) y\ g(x)$ e indica en que puntos alcanzan su máximo cada una de ellas.
b) El numero de personas enfermas de gripe que permanecen en su casa se estima mediante la función $h(x) = f(x) - g(x)$. Escribe la expresión de la función $h(x)$ e indica cuando es creciente y cuando decreciente.

JUNIO 2017 B2.- La función $f(x)$ esta definida a trozos. Cuando $x \leq 0$, $f(x) = -x^2 - 2x + 3$ y cuando $x > 0$, $f(x) = ax + b$.

a) Hallar los coeficientes a y b para que la función sea continua en $x = 0$ y a su vez corte al eje OX en $x = \frac{3}{2}$.
b) Encontrar los dos puntos de corte de la curva $f(x)$ con el eje OX y calcular el área de la región limitada por la curva $f(x)$ y el eje OX entre dichos puntos.

JULIO 2017 A2.- En el periódico local se publican al mes x anuncios de un gimnasio, para captar abonados, siendo $0 \leq x \leq 14$. El precio por anuncio es de 300 €. El numero de abonados se estima mediante la función $A(x) = -x^2 + 28x$, y cada uno paga mensualmente 100€. Además del gasto de anuncios, el gimnasio gasta mensualmente 12.000€ en mantenimiento. El balance mensual $f(x)$, son las cuotas de socios menos los gastos.

a) ¿Cual es el menor numero de anuncios a contratar para eliminar las perdidas y conseguir que el negocio sea rentable?
b) ¿Cuántos anuncios deben contratarse para maximizar las ganancias y a cuantos euros ascienden dichas ganancias?

SOLUCIÓN

JULIO 2017 B2.- Sean el polinomio cubico $p(x) = 2x^3 + bx^2 + c$ y la parábola

$$q(x) = -x^2 + 6x + 10$$

a) Determinar los coeficientes de las incógnitas b y c para que dos de los puntos de corte entre las dos funciones tengan por abscisas $x = 0\ y\ x = 6$. Dibujar un esbozo de la gráfica de las funciones.
b) Calcular el área de la región limitada por las curvas en el intervalo $0 \leq x \leq 6$, sabiendo que en si interior no hay ningún punto de corte de las funciones.

JUNIO 2016 A2.- Dos curvas representadas por las funciones $f(x) = \frac{A}{x+9}$, $g(x) = \frac{Bx}{x^2+6x+\alpha}$ dependen de los parámetros desconocidos A, B y alfa. Responder:

a) ¿qué valores de A y B hacen que las curvas pasen por el punto $\left(1, \frac{1}{2}\right)$ y tomen valores iguales en el punto $x = 5$, es decir, $f(5) = g(5)$?
b) Calcula los máximos y mínimos de las funciones.
c) Indica los dominios de definición de las funciones.

JUNIO 2016 B2.- Para financiar el viaje de fin de curso un instituto propone la venta de camisetas. Se ha hecho un estudio previo y se sabe que el numero de camisetas NC que se vendan dependerá del precio x (en €) según la función $NC(x) = 180 - 10x, \;\; 0 \leq x \leq 18$.

a) ¿Cuántas camisetas se venderían a 10€? Interpreta el aumento o disminución del numero de camisetas vendidas por cada euro que aumente o disminuya el precio.
b) Obtén la función que expresa los ingresos por la venta. ¿Para que precio los ingresos son máximos? ¿Cuantas camisetas s venderían en este caso?
c) El almacén que suministra camisetas nos cobra en total $C(z) = 4z + 50$ euros por un pedido de z camisetas. Obtén el coste total pagado al almacén por las camisetas vendidas en función del precio de venta x. Obtén la función de beneficio (en función de x) y el precio x para conseguir el máximo beneficio.

JULIO 2016 A2.- El polinomio cubico $f(x) = ax^3 + bx - 22$ pasa por el punto $(1{,}0)$ y tiene un máximo en $x = 2$. Responder a las siguientes preguntas:

a) Encontrar con la información anterior los coeficientes de a y b.
b) Encontrar el mínimo y el máximo de la función $f(x)$ y hacer un esbozo de la gráfica del polinomio con todas sus características significativas.

JULIO 2016 B2.- A lo largo de la semana una planta potabilizadora de agua aporta al deposito municipal una cantidad de litros expresada por la función $p(x) = 10x^2 - 100x + 550$, donde $0 \leq x \leq 7$ representa el instante de la semana medido en días. De la misma manera, la demanda de agua se representa por la función $d(x) = -10x^2 + 80x + 240$. Por un lado el flujo de agua en el instante x es la diferencia entre lo aportado y lo extraído, es decir, $f(x) = p(x) - d(x)$ y por otro el excedente $e(r)$ es la cantidad de agua acumulada hasta el momento r, $e(r) = \int_0^r f(x)dx$. Responder:

a) ¿cuál es el instante de mayor demanda?
b) ¿En que intervalo de tiempo el flujo es negativo, es decir, el deposito se esta vaciando?
c) ¿cuál es el excedente al final de la semana $(r = 7)$?

JUNIO 2015 A2.- El beneficio diario $B(x)$ obtenido por una empresa al vender x unidades de un articulo viene dado por la función:

$$B(x) = -x^2 + 360x - 18000 \qquad 50 \leq x \leq 350$$

a) ¿Cuál es el beneficio obtenido al vender 100 unidades? ¿Cuantas unidades se han vendido si el beneficio diario ha sido de 13500 euros?
b) ¿Cuál es el numero de unidades que hay que vender para que el beneficio sea máximo? ¿A cuanto asciende ese beneficio?

SOLUCIÓN

JUNIO 2015 B2.- Calcular los valores de los parámetros a y b para que la curva de ecuación

$y = f(x) = x^3 + ax^2 + b$, presente un extremo relativo en el punto $(2,6)$. ¿Qué tipo de extremo es?

Calcular la integral definida: $\int_1^2 f(x)\ dx$

JULIO 2015 A2.- El precio de la entrada en una sala de cine puede aumentar o disminuir de 50 en 50 céntimos con arreglo a la formula, $p = 6 + 0{,}5x\ \ (x = 0, \pm1, \pm2, \pm3 \ldots.)$. El número de espectadores correspondiente a ese precio se calcula mediante la formula $e = 320 - 20x$

$$(x = 0, \pm1, \pm2, \pm3 \ldots.).$$

a) Calcular el numero de espectadores correspondiente a un precio de 5,5 6 6,5 euros. ¿Cómo puedes interpretar el aumento o disminución del numero de espectadores en función del precio?
b) Calcular la función que expresa los ingresos obtenidos en la sala en función de la variable x, desarrollando su expresión.
c) ¿Cuál es el precio de la entrada que hace que los ingresos sean máximos? ¿Cuál es el numero de espectadores correspondientes a ese precio? ¿A cuanto ascienden esos ingresos máximos?

SOLUCIÓN

JULIO 2015 B2 .- Sea $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 4$,

a) Calcular el valor de los parámetros a y b para que la función tenga extremos relativos para los puntos de abscisa $x = -1\ y\ x = 3$. ¿qué tipo de extremos son?
b) Calcular para $a = b = 1$ la integral definida $\int_0^3 f(x)\ dx$.

SOLUCIÓN

JUNIO 2014 B2.- Calcular el valor de los parámetros a y b para que la curva de ecuación

$y = ax^3 + bx^2$, presente un máximo relativo en el punto $(1,2)$.

Calcular los puntos de corte de dicha curva y el eje OX. Esbozar la gráfica de la función. Calcular el área de la región limitada por dicha curva y la parte positiva del eje OX.

JUNIO 2014 A2.- El numero de unidades de un cierto articulo fabricadas cada mes, x, influye en el precio de venta en euros de cada unidad según la función: $p = 1000 - \frac{x^2}{300}$. El coste total total en euros de producir todas las x unidades mensuales viene dado por la formula: $c = 100000 + 100x$

a) Calcular los ingresos mensuales I suponiendo que se venden las x unidades producidas. Calcular el Beneficio mensual B (es decir, los ingresos mensuales menos el coste de producir las unidades)
b) ¿Para que número de unidades x es el beneficio máximo? ¿A cuanto asciende ese beneficio?
c) ¿Cuál es entonces el precio de cada unidad?

SOLUCIÓN

JULIO 2014 A2.- El beneficio diario obtenido en un restaurante cuando el precio del menú es x euros viene dado por la siguiente función:

$$B(x) = -x^2 + 22x - 40$$

a) Calcula los valores de x para los que el beneficio sea nulo
b) ¿Para que precio x es el beneficio máximo? ¿a cuanto asciende ese beneficio?
c) Esbozar la gráfica de la función. ¿Entre que valores debe variar el precio del menú para que el restaurante no tenga perdidas?

JULIO 2014 B2.- Dada la curva de ecuación $y = x^3 - 3x + 2$, calcular sus máximos y mínimos relativos y sus puntos de inflexión.

Calcular los puntos de corte de dicha curva y el eje OX. Esbozar la gráfica de la función. Calcular el área de la región finita limitada por dicha curva y el eje OX.

JUNIO 2013 A2.- El numero de socios de un club de futbol ha seguido el modelo definido por la siguiente función:

$$y = x^3 - 72x^2 + 1296x + 1000 \ , \qquad 0 \leq x \leq 60$$

$$x = numero\ de\ meses\ transcurridos\ desde\ su\ fundacion, y = nuemro\ de\ socios.$$

a) ¿Cuántos socios tenia el club en el momento de su fundación? ¿Cuántos tenia al cabo de medio año? Y, ¿al de un año? ¿Cuántos socios tenia transcurridos los 60 meses?
b) Calcular, si los hubiere, el máximo y el mínimo relativos de la funció. ¿a que numero de socios corresponderían?
c) Esboza la gráfica de la función y comenta la evolución del numero de socios.

JUNIO 2013 B2.- Calcular el valor de los parámetros p y q para que la curva de ecuación

$y = x^3 + px + q$, presente un mínimo relativo en $x = 1$ y pase por el punto $(-2{,}0)$. Hallar, si los hubiere, otros puntos extremos de la función, indicando si son máximos o mínimos.

Esbozar la gráfica de la función anterior y hallar el área de la región finita limitada por dicha función y el eje OX.

JULIO 2013.- Una empresa de automóviles sabe que el beneficio que obtiene al fabricar x unidades viene dado por la siguiente función:

$$B(x) = -0{,}004x^2 + 4x - 360, x = numero\ de\ coches, B(x) = beneficio\ (en\ miles\ de\ euros)$$

a) ¿cuál es el mayor beneficio posible? ¿cuantos coches deben fabricarse para obtenerlo?
b) ¿Cuántos coches hay que fabricar para que no se produzcan perdidas (perdida=beneficio negativo)?
c) Representa gráficamente dicha función.

JULIO 2013 B2.- Sea la curva de ecuación $f(x) = px^2 + 2x + q$. Calcular los valores de p y q, para los que la curva pasa por el punto $(2{,}15)$ y tiene un máximo para $x = 1$.

Esbozar la gráfica de la función $f(x)$ y hallar el área limitada por dicha función y el eje OX.

JUNIO 2012 A2.- Sea la curva de ecuación $f(x) = x^2 + px + q$. Calcular los valores de p y q, para los que la curva pasa por el punto $(-1{,}12)$ y tiene un mínimo en $x = 3$.

Esbozar la gráfica de la función $f(x)$ y hallar el área limitada por dicha función y el eje OX.

JUNIO 2012 B2.- El precio de venta de un Tablet es $p = 110€/unidad$. Por razones técnicas, no se pueden producir en un mes mas de 2500 unidades. El coste mensual de fabricación de x unidades viene dado por la función:

$$C(x) = \frac{1}{10}x^2 - 100x + 20000\,, \qquad C(x) expresado\ en\ euros$$

a) Sabiendo que el beneficio es la diferencia entre los ingresos producidos por la venta de las x unidades fabricadas menos su coste de fabricación, calcular ¿Cuál es el numero de Tablet que hay que fabricar para que el beneficio sea máximo? ¿A cuanto asciende ese beneficio máximo?
b) Esbozar la gráfica de la función beneficio. ¿cuál es el mínimo número de Tablet mensuales que hay que vender para no tener perdidas? ¿Cuál es la máxima pérdida que se puede obtener en un determinado mes?

JULIO 2012 A2 .- El gasto mensual de un fumador en tabaco viene determinado en función de su salario mediante la siguiente función:

$$G(x) = \frac{400x}{x^2 + 4}$$

$$x = salario\ (en\ miles\ de\ euros), G(x) = gasto\ mensual\ en\ tabaco\ (en\ euros)$$

a) Determinar el salario para el cual el gasto en tabaco sea máximo. ¿A cuanto asciende ese gasto?
b) Esbozar la gráfica de la función. ¿Para qué salarios es el gasto mensual en tabaco inferior a 60€?

SOLUCIÓN

JULIO 2012 B2.- Sea la curva de ecuación $y = ax^3 + bx^2 + c$. Calcular los valores de los parámetros para que la curva pase por el punto $(0,0)$ y tiene un máximo relativo en el punto $(2,8)$. Hallar, si los hubiere, otros puntos extremos de la función indicando si son máximo o mínimos.

Dada la curva $y = 6x^2 - 3x^3$, Hallar los cortes de dicha curva con el eje OX y Calcular el área encerrada por la curva y el eje OX.

SOLUCIÓN

JUNIO 2011 A2.- La función siguiente describe la evolución a lo largo del tiempo t (en meses) del precio P (t) (en miles de euros) de cierto aparato electrónico, desde que se puso a la venta $(t = 0)$:

$$P(t) = \frac{t+2}{t+1} \quad t \geq 0$$

a) Representar gráficamente esa función, hallando los intervalos de crecimiento-decrecimiento y los de concavidad-convexidad, así como los extremos relativos, los puntos de inflexión y las asíntotas (si los hubiere).
b) Hallar el precio inicial del aparato y los que alcanzó al cabo de 9 meses y a los 2 años de estar en el mercado. ¿Tiende a estabilizarse el precio alrededor de alguna cantidad con el paso del tiempo?

JUNIO 2011 B2.- Se considera el recinto OAB, donde $O \rightarrow (0,0)$ es el origen de coordenadas $A(1,1), B(-1,1), OA\ y\ OB$ son segmentos rectilíneos y AB es un arco de la curva $y = 2 - x^2$.

a) Representa gráficamente dicho recinto.
b) Hallar su área.

JULIO 2011 A2.- Dadas las funciones: $f(x) = x^2 \quad g(x) = (1+x)^2$

Hallar:

a) Las funciones compuestas $fog\ \ y\ gof,$ y sus correspondientes derivadas primera y segunda.
b) Los extremos relativos y los puntos de inflexión de las funciones compuestas.

JULIO 2011 B2.- La función siguiente describe la evolución a lo largo del tiempo t (en años) del volumen V(t) (en millones de metros cúbicos) de agua embalsada en un pantano, durante los 7 primeros años transcurridos desde su inauguración $(t = 0)$:

$$V(t) = t(t-6)^2 + 1, \quad 0 \leq t \leq 7.$$

a) Representar gráficamente esa función, hallando los intervalos de crecimiento-decrecimiento, los extremos relativos y los puntos de inflexión.
b) ¿En qué momento (o momentos) fue máximo el volumen de agua embalsada? ¿En qué momento (o momentos) fue mínimo? ¿Cuánta agua había en cada uno de los casos?

JUNIO 2010 A2.- Representa gráficamente la función definida en el intervalo $[0,4]$

$$f(t) = \frac{t^3}{3} - \frac{3t^2}{2} + 2t + 1, \quad 0 \leq t \leq 4$$

Especificando claramente los intervalos de crecimiento y decrecimiento, los intervalos de concavidad y convexidad, así como los extremos relativos y los puntos de inflexión, si los hubiere.

JUNIO 2010 B2.- Dada la función $y = x^2 e^{-x}$, hallar:

a) Las dos primeras derivadas
b) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento, así como los extremos relativos y los puntos de inflexión si los hubiere
c) La gráfica de la curva en el intervalo $[-2,3]$

JULIO 2010 A2.- Un fabricante vende su producto a S e por tonelada. La demanda mensual x (en toneladas) viene dada por x = 8000 − 4 S. El coste (en euros) de la producción de x toneladas es

C (x) = 2,5 x2 + 50000, y los gastos adicionales generados son de 300 e por tonelada.

a) Expresar el beneficio mensual de la empresa como una función de S.
b) Hallar el valor que debe tener S para que ese beneficio mensual sea máximo.

JULIO 2010 B2.- Se considera la función

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & 0 \leq x \leq 1 \\ ax + 2 & 1 < x \leq 2 \end{cases}$$

Hallar el valor que debe tener a para que la función sea continua. Haz la representación gráfica.

Hallar el área del recinto limitado por la curva y el eje OX

SOLUCIONES

JUNIO 2020 A2.- Sea la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & 0 \leq x \leq 1 \\ ax + 2 & 1 < x \leq 2 \end{cases}$$

4. Determinar el valor del parámetro a para que la función sea continua en el punto $x = 1$
5. Realizar la representación gráfica de la función cuando a=2
6. Calcular el área comprendida entre la función y el eje de abscisas OX para a=2

JUNIO 2020 B2.- Sea la siguiente función

$$\mathrm{f(x)} = \frac{\mathrm{x}}{\mathrm{x}^2 + 1}$$

⇒ Determinar los intervalos de crecimiento y decrecimiento, y los máximos y mínimos relativos de la función.

⇒ Calcula las asíntotas verticales y horizontales de la función.

⇒ Representa gráficamente el área comprendida entre la función y la recta $\mathrm{y} = \frac{\mathrm{x}}{2}$

⇒ Obtén la primitiva de la función sabiendo que en x=0 toma el valor de 1.

JULIO 2020 A2.- Sea la función $f(x) = ax^3 + bx + 1$

1. Calcula los valores de los parámetros a y b para que la función tenga un extremo relativo en el punto $(1, -5)$
2. Para $a = 2\ y\ b = -6$, estudia los máximos y mínimos relativos y los puntos de inflexión de la función.
3. Para $a = 2\ y\ b = -6$ calcula el área comprendida entre la función y la recta $y = 2x + 1$, Realiza la representación gráfica.

Como siempre en este tipo de ejercicios debemos de calcular la primera derivada ya que la vamos a necesitar:

$$f'(x) = 3ax^2 + b$$

Como sabemos que la función tiene un extremo relativo en $(1, -5)$:

$$\begin{cases} f(1) = -5 \\ f'(1) = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a + b + 1 = -5 \\ 3a + b = 0 \end{cases} \rightarrow con\ reduccion \rightarrow -2a = -6 \rightarrow a = 3$$

Sabiendo que $a = 3 \rightarrow b = -9$

Ahora el ejercicio nos dice que calculemos los máximos, mínimos y puntos de inflexión, pero cuando $a = 2\ y\ b = -6$:

$$f(x) = 3x^3 - 9x + 1$$

$$f'(x) = 9x^2 - 9 \rightarrow f'(x) = 0 \rightarrow x = \pm 1$$

Ahora con la segunda derivada vamos a comprobar que clase de extremos relativos son los puntos que hemos obtenido:

$$f''(x) = 18x$$

$$x = 1 \rightarrow f''(1) = 18 > 0 \rightarrow MINIMO$$

$$x = -1 \rightarrow f''(-1) = -18 < 0 \rightarrow MAXIMO$$

Ahora vamos a calcular los puntos de inflexión igualando a cero la segunda derivada:

$$f''(x) = 0 \rightarrow 18x = 0 \rightarrow x = 0$$

En este punto tenemos un punto de inflexión ya que la curvatura a la derecha y a la izquierda cambia, pasa de ser convexa a cóncava.

JULIO 2020 B2.- Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento, y los máximos y mínimos relativos de la función $y = 4 - x^2$

Representa gráficamente la función dada por:

$$f(x) = \begin{cases} 4 - x^2 & -2 \leq x < 0 \\ 4 - x & 0 \leq x \leq 4 \end{cases}$$

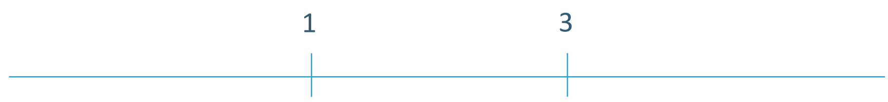
Hallar el área de la región limitada por la grafica de la función $f(x)$ y el eje de abscisas.

JUNIO 2019 A2 Se considera la curva $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$.

e) Estudiar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función.
f) Determinar los máximos y mínimos relativos, y los puntos de inflexión.
g) Encontrar los puntos de corte con el eje OX. Realizar la representación grafica de la función.
h) Calcular el área del recinto finito delimitado por la curva y el eje de abscisas OX.

$f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$ ahora igualamos la primera derivada a cero.

$$f'(x) = 0 \rightarrow 3x^2 - 12x + 9 = 0 \rightarrow x = \frac{12 \pm \sqrt{144 - 4(3)(9)}}{6} = \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$$



Ahora tienes que coger un valor de cada intervalo para ver el signo que tiene la primera derivada.

$$f'(0) \rightarrow Positivo$$

$$f'(2) \rightarrow Negativo$$

$$f'(4) \rightarrow Negativo$$

Viendo los resultados de la primera derivada, tienes un máximo en $x = 1$ y un mínimo $x = 3$.

Para saber cual es la imagen de cada máximo y mínimo $f(1) = 4$; $f(3) = 0$.

Máximo $(1,4)$ y Mínimo $(3,0)$

La función es creciente de: $(-\infty, 1) \cup (3, \infty)$ y es decreciente $(1,3)$

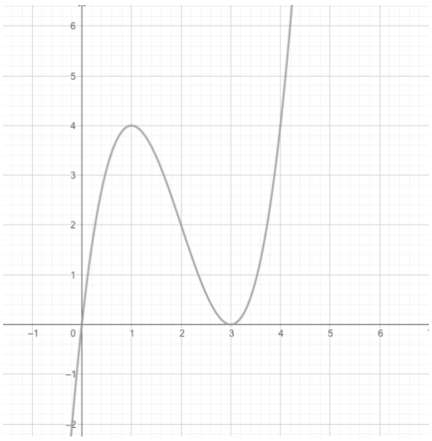
Ahora tienes que calcula la segunda derivada para los puntos de inflexión:

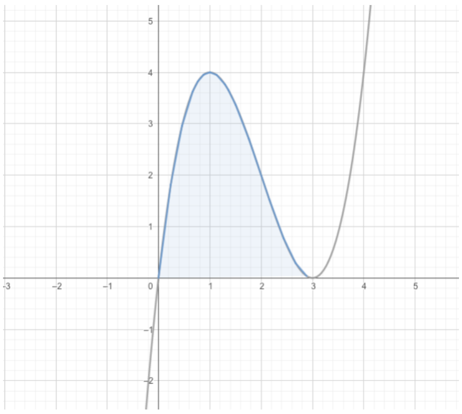
$f''(x) = 6x - 12$ ahora iguala la segunda derivada a cero $\rightarrow f''(x) = 0 \rightarrow 6x - 12 = 0 \rightarrow x = 2$

Para saber si se trata de un punto de inflexión, calcula la tercera derivada y sustituye en ella

$x = 2.$

$$f'''(x) = 6 \rightarrow x = 2 \rightarrow f'''(2) = 6 \neq 0 \rightarrow x = 2 \; es\ punto\ de\ inflexión$$





Para terminar tienes que calcular el área encerrada por la función y el eje OX, para eso tienes que calcular los puntos de corte con el eje OX:

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x \rightarrow y = 0 \rightarrow 0 = x^3 - 6x^2 + 9x \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$$

$$\int_0^3 x^3 - 6x^2 + 9x = \frac{x^4}{4} - \frac{6x^3}{3} + \frac{9x^2}{2}\Big]_0^3 = F(3) - F(0) = \frac{27}{4}u^2$$

JUNIO 2019 B2.- Encuentra una ecuación de segundo grado, sabiendo que la gráfica de la función pasa por el punto $(0,0)$ y tiene un máximo en $(1,1)$.

Encuentra el área que forma la curva que acabas de conseguir y el eje de abscisas.

Lo primero que tienes que tener claro es la expresión de cualquier ecuación de segundo grado:

$$y = ax^2 + bx + c$$

En este caso vas a necesitar calcular la primera derivada:

$$y' = 2ax + b$$

Ahora, con ayuda del documento que tienes de la academia (puedes pedirlo en 688-820-933) vas a calcular los parámetros a, b, c:

Sabes que la función pasa por $(0,0) \to f(0) = 0 \to 0 = a0^2 + b \cdot 0 + c \to c = 0$

También saber que la función tiene un MAXIMO en el punto $(1,1)$

$$\begin{cases} f(1) = 1 \to 1 = a1^2 + b \cdot 1 + 0 \to 1 = a + b \\ f'(1) = 0 \to 2a(1) + b = 0 \to 2a + b = 0 \end{cases}$$

Con las dos ecuaciones que tienes subrayadas de amarillos si utilizas cualquier método; sustitución reducción o igualación, vas a calcular el valor de a y b:

$$a = -1 \ ; \ b = 2$$

La ecuación de segundo grado que buscas es: $y = -x^2 + 2x$

Ahora con esta ecuación y el eje OX tienes que calcular el área que forman, para eso necesitas saber los puntos de corte de la curva con el Eje OX.

$$y = 0 \to 0 = -x^2 + 2x \to \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Ya sabes desde donde a donde tienes que calcular el área:

$$\int_0^2 -x^2 + 2x \, dx = \left[-\frac{x^3}{3} + x^2\right]_0^2 = \frac{-8}{3} + 4 = \frac{4}{3} u^2$$

JULIO 2019 A2.- Sea la función $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$

4. Encontrar los valores de los parámetros para que la función pase por el punto $(0,0)$ y tenga un extremo relativo en el punto $(2,-4)$
5. Determinar los máximos, mínimos y puntos de inflexión de la función.
6. Calcular el área de la región delimitada por el gráfico de la función y el eje de abscisas.

Recuerda que en este tipo de ejercicios calcular la primera derivada ya que habitualmente la vamos a necesitar.

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$$

Si la función para por el punto $(0,0) \rightarrow f(0) = 0 \rightarrow c = 0$

Si la función tiene un extremo relativo en el punto $(2,-4) \rightarrow \begin{cases} f(2) = -4 \\ f'(2) = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 8 + 4a + 2b + c = -4 \\ 12 + 4a + b = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 4a + 2b - 12 \\ 4a + b = -12 \end{cases} \rightarrow b = 0 \rightarrow a = -3$

Por tanto, la función con la que estamos trabajando es: $f(x) = x^3 - 3x^2$

Para calcular los máximos y mínimos de esta función, necesitamos la primera derivada e igualarla a cero:

$$f'(x) = 3x^2 - 6x$$

$$f'(x) = 0 \rightarrow 3x^2 - 6x = 0 \rightarrow 3x(x-2) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Ahora para saber de que clase de extremo se trata cada punto, calculamos la segunda derivada y sustituimos los valores anteriores:

$$f''(x) = 6x - 6$$

$$f''(0) = -6 < 0 \rightarrow MAXIMO\ en\ x = 0; y = 0$$

$$f''(2) = 6 > 0 \rightarrow MINIMO\ en\ x = 2\ ; y = -4$$

Ahora para calcular los puntos de inflexión, con la segunda derivada igualada a cero determinamos los posibles puntos de inflexión de la función:

$$f''(x) = 0$$

$$6x - 6 = 0 \rightarrow x = 1$$

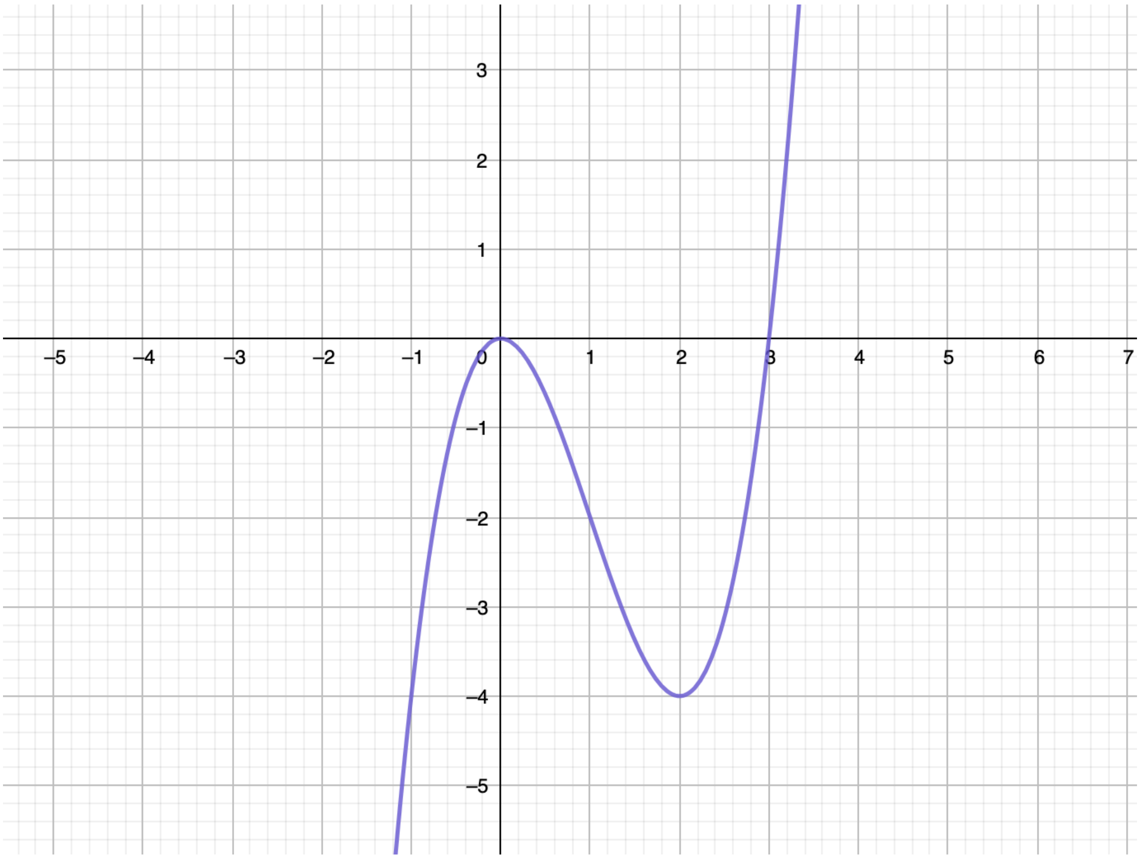
$$f''(0) = -6 \rightarrow Intervalo\ convexo$$

$$f''(3) = 12 \rightarrow Intervalo\ concavo$$

Como hemos cogido valores, a cada lado del valor que hemos obtenido de igualar a cero la segunda derivada, y vemos que cambia la curvatura, en $x = 1$ tenemos un punto de inflexión.

Hacemos una representación aproximada de toda la información, añadiendo los puntos de corte con los ejes:

x	y
0	$y=0$
$0=x^3-3x^2 \rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=3 \end{cases}$	0



Como puedes comprobar solo existe un recinto que cumple con las restricciones que se plantean, por tanto,

$$\int_0^3 0-(x^3-3x^2)\ dx=\int_0^3 -x^3+3x^2)\ dx=\left[-\frac{x^4}{4}+x^3\right]_0^3 \boxed{=\frac{27}{4}\ u^2}$$

JULIO 2019 B2.- Sean las funciones $f(x) = x^4 - 4$ y $g(x) = 3x^2$

4. Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento de ambas funciones, así como los extremos relativos y los puntos de inflexión si los hubiera.
5. Representa gráficamente ambas funciones sobre el mismo eje de coordenadas.
6. Calcula el área de la región delimitada por ambas curvas.

JUNIO 2018 A2.- Un inversor conoce el valor que tendrán las acciones de una empresa a lo largo del año. La función $f(t) = \frac{t^3}{3} - 5t^2 + 16t + 30$ expresa dicho valor en euros, donde el tiempo t esta en meses,

$0 \leq t \leq 12$. Si inicialmente dispone de 3000 euros y durante el año puede realizar como máximo 2 operaciones de compra y 2 de venta.

c) Utilizando el análisis de los máximos y mínimos de la función, deducir en que instantes debe realizar el inversor cada compra y cada venta para que, a final de año ($t = 12$), disponga del máximo dinero.

d) ¿Cuál será el máximo beneficio que podrá obtener realizando las 4 operaciones optimas indicadas en el apartado anterior?

Lo primero, la función $f(t)$ recuerda que te indica el valor que cuesta cada acción cuando vas a ir a comprar acciones o a venderlas.

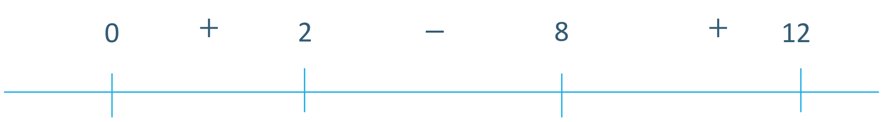
Para saber los máximos y los mínimos, siempre tienes que hacer el mismo procedimiento, calcular la primera derivada e igualarla a cero:

$$f'(t) = t^2 - 10t + 16$$

$$f'(t) = 0$$

$$t^2 - 10t + 16 = 0 \rightarrow t = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 4(1)(16)}}{2} = \begin{cases} t = 8 \\ t = 2 \end{cases}$$

Ahora tienes que decir cual es el máximo y cual es el mínimo.



En $t = 2$ *tienes un MAXIMO y en* $t = 8$ *un MINIMO.*

Ahora para responder a la pregunta del apartado B, tienes que saber cuanto cuesta las acciones en cada momento del año ($t = 0\ ;\ \ t = 2\ ;\ \ t = 8\,; t = 12$)

$$\left.\begin{array}{c} f(0) = 30 \\ f(2) = \dfrac{134}{3} = 44{,}666 \\ f(8) = \dfrac{26}{3} = 8{,}6666 \\ f(12) = 78 \end{array}\right. \rightarrow Aqui\ tienes\ el\ precio\ de\ cada\ acción\ en\ cada\ instante\ del\ año.$$

Tienes 3000€ y vas por primera vez al banco para comprar unas acciones, cada acción cuesta 30€ por tanto $\frac{3000}{30} = 100$ esta es la cantidad de acciones que vas a poder comprar con el dinero que tienes.

Cuando pasan dos meses decides vender las acciones, en este momento cada acción esta valorada en $\frac{134}{3}$€ o lo que es lo mismo $44{,}666$€. Tienes 100 acciones y las vendes cada una por ese precio, por tanto, $100 \cdot 44{,}6666 = 4466{,}667$€.

Cuando pasan 8 meses decides que es el momento de comprar otra vez algunas acciones con el dinero que tienes. En este momento cada acción esta valorada en $8{,}66667$€. ¿cuántas acciones compras con el dinero que tienes? $\frac{4466{,}6667}{8{,}66667} = 515\ acciones\ enteras$. ¡Cuidado! Has comprado 515 acciones, pero te sobra algo de dinero. $515 \cdot 8{,}66667 = 4463{,}33$€ este es el dinero que te has gastado, te sobran

$$4466{,}667€ - 4463{,}33€ = 3{,}33€$$

Finalmente, antes de acabar el año decides vender todas las acciones, en ese momento cada acción cuesta 78€, por tanto, $78 \cdot 515 = 40170€ + 3{,}33€ = 40173{,}33€$ este es el dinero que tienes al final de todas las operaciones. Tienes que quitar los 3000€ que habías invertido al principio para saber cual es el beneficio: $40173{,}33€ - 3000€ = 37173{,}33€$.

JUNIO 2018 B2.- La función $f(x)$ esta definida a trozos. Cuando $x \leq 3$ vale $f(x) = ax + b$ y cuando $x \geq 3$ $vale\ f(x) = cx^2 + dx + e, donde\ a, b, c, d\ y\ e$ son parámetros desconocidos. Si la función $f(x)$ tiene un máximo en $x = 4$ y la función y su derivada en $x = 3$ valen respectivamente

$f(3) = 3$ y $f'(3) = 2$:

c) Hallar los valores de los parámetros a, b, c, d y e que determinan la función $f(x)$.
d) Obtener las coordenadas de los puntos de corte P y Q de la función $f(x)$ con el eje de abscisas OX y calcular la integral de $f(x)$ en el intervalo $[P, Q]$

Lo primero que tienes que hacer es plantear la información que te da el enunciado:

$$f(x) = \begin{cases} ax + b & x \leq 3 \\ cx^2 + dx + e & x \geq 3 \end{cases} \rightarrow f'(x) = \begin{cases} a & x \leq 3 \\ 2cx + d & x \geq 3 \end{cases}$$

$$\begin{matrix} MAX \rightarrow x = 4 \rightarrow f'(4) = 0 \\ f(3) = 3 \\ f(3) = 3 \\ f'(3) = 2 \\ f'(3) = 2 \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} 8c + d = 0 \\ 3a + b = 3 \\ 9c + 3d + e = 3 \\ a = 2 \\ 6c + d = 2 \end{matrix} \rightarrow$$

Ahora con la información que tienes vas a ir sacando los parámetros de cada una de las ecuaciones:

$$3(2) + b = 3 \rightarrow b = -3$$

$$\begin{cases} 8c + d = 0 \\ 6c + d = 2 \end{cases}$$
$$\rightarrow utiliza\ el\ metodo\ de\ reducción\ (resta\ la\ primera\ ecuación\ con\ la\ segunda) \rightarrow$$

$$2c = -2 \rightarrow c = -1$$

$$8(-1) + d = 0 \rightarrow d = 8$$

$$9c + 3d + e = 3 \rightarrow 9(-1) + 3(8) + e = 3 \rightarrow e = -12$$

Ya tienes todos los parámetros calculados ahora a por el apartado B:

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 3 & x \leq 3 \\ -x^2 + 8x - 12 & x \geq 3 \end{cases}$$

Para calcular los puntos de corte de esta función con el eje OX igualamos a cero $y = f(x) = 0$.

$$2x - 3 = 0 \rightarrow x = \frac{3}{2}$$

$$-x^2 + 8x - 12 = 0 \rightarrow x = \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 4(-1)(-12)}}{-2} = \begin{cases} x = 2 \\ x = 6 \end{cases}$$

Ten en cuenta para que valores puedes utilizar cada función. $x = 2$ en la segunda ecuación no se puede utilizar.

Los puntos de corte son $x = \frac{3}{2}$ y $x = 6$ por tanto tienes que diferenciar entre dos funciones:

$$\int_{\frac{3}{2}}^{3} 2x - 3dx + \int_{3}^{6} -x^2 + 8x - 12\, dx =$$

$$[x^2 - 3x]_{\frac{3}{2}}^{3} + \left[-\frac{x^3}{3} + 4x^2 - 12x\right]_3^6 =$$

$$\left(F(3) - F\left(\frac{3}{2}\right)\right) + \left(G(6) - G(3)\right) =$$

$$2{,}25 + 9 = 11{,}25u^2$$

JULIO 2018 A2.- Dada la función $h(x) = a\ln(x) - 6x + 2x^2$ definida en el intervalo

$0{,}01 \leq x \leq 3$, donde la función $ln\ (x)$ representa el logaritmo de x, responder:

c) ¿Cuánto debe valer el parámetro a para que se cumpla $h(1) = -17$
d) Dada la función $f(x) = 4 + \ln(x) - 6x + 2x^2$ definida en el mismo intervalo que la función anterior. ¿Cuales son las coordenadas de los máximos y mínimos locales de la función en dicho intervalo? (ayuda: resolver $x \cdot f'(x) = 0$)

JULIO 2018 B2.- La siguiente función, mide los beneficios de una compañía de telecomunicaciones con respecto al numero de antenas instaladas ($x \geq 1$)

$$f(x) = 100 - \frac{98}{x} - 2x$$

Calcular el numero de antenas que haga que los beneficios sean máximos.

¿En que intervalo debe encontrarse x para que el beneficio sea positivo?

JUNIO 2017 A2.- Se estima que el numero de enfermos de gripe en una ciudad en el instante x esta definido por la función $f(x) = -3x^2 + 24x$, siempre que esta sea positiva. La variable x se mide en semanas. Los instantes en que $f(x) = 0$ marcan el intervalo de definición de la función y la duración de la epidemia. El numero de enfermos hospitalizados se estima por la función $g(x) = -4x^2 + 44x - 96$ cuando esta sea positiva y $g(x) = 0$ en caso contrario.

c) Esboza una gráfica de cada una de las funciones $f(x) y\ g(x)$ e indica en que puntos alcanzan su máximo cada una de ellas.
d) El numero de personas enfermas de gripe que permanecen en su casa se estima mediante la función $h(x) = f(x) - g(x)$. Escribe la expresión de la función $h(x)$ e indica cuando es creciente y cuando decreciente.

JUNIO 2017 B2.- La función $f(x)$ esta definida a trozos. Cuando $x \leq 0$, $f(x) = -x^2 - 2x + 3$ y cuando $x > 0$, $f(x) = ax + b$.

c) Hallar los coeficientes a y b para que la función sea continua en $x = 0$ y a su vez corte al eje OX en $x = \frac{3}{2}$.
d) Encontrar los dos puntos de corte de la curva $f(x)$ con el eje OX y calcular el área de la región limitada por la curva $f(x)$ y el eje OX entre dichos puntos.

JULIO 2017 A2.- En el periódico local se publican al mes x anuncios de un gimnasio, para captar abonados, siendo $0 \leq x \leq 14$. El precio por anuncio es de 300 €. El numero de abonados se estima mediante la función $A(x) = -x^2 + 28x$, y cada uno paga mensualmente 100€. Además del gasto de anuncios, el gimnasio gasta mensualmente 12.000€ en mantenimiento. El balance mensual $f(x)$, son las cuotas de socios menos los gastos.

c) ¿Cual es el menor numero de anuncios a contratar para eliminar las perdidas y conseguir que el negocio sea rentable?

d) ¿Cuántos anuncios deben contratarse para maximizar las ganancias y a cuantos euros ascienden dichas ganancias?

SOLUCIÓN

JULIO 2017 B2.- Sean el polinomio cubico $p(x) = 2x^3 + bx^2 + c$ y la parábola

$$q(x) = -x^2 + 6x + 10$$

c) Determinar los coeficientes de las incógnitas b y c para que dos de los puntos de corte entre las dos funciones tengan por abscisas $x = 0\ y\ x = 6$. Dibujar un esbozo de la gráfica de las funciones.

d) Calcular el área de la región limitada por las curvas en el intervalo $0 \leq x \leq 6$, sabiendo que en si interior no hay ningún punto de corte de las funciones.

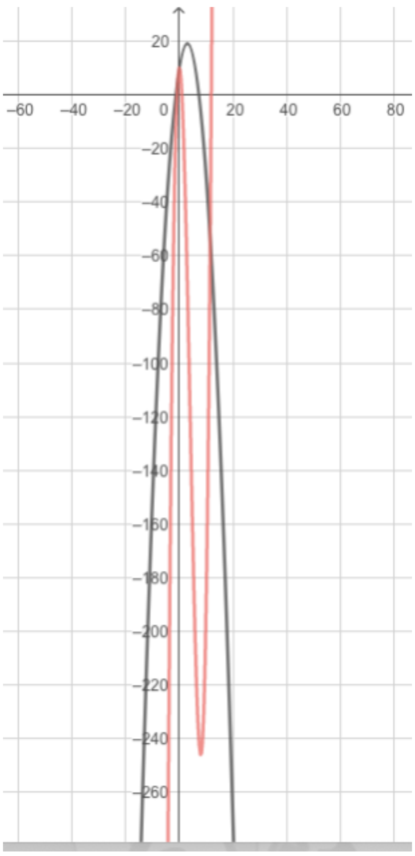
Si las dos parábolas se cortan, quiere decir que van a tener puntos en común, es decir, que podemos igualar las funciones. Además, sabemos que valor de x comparten:

$$2x^3 + bx^2 + c = -x^2 + 6x + 10$$

Sabemos que en $x = 0\ y\ x = 6$ coinciden,

$$x = 0 \to 2(0)^3 + b(0)^2 + c = -(0)^2 + 6(0) + 10 \to c = 10$$

$$x = 6 \to 2(6)^3 + b(6)^2 + 10 = -(6)^2 + 6(6) + 10 \to 36b + 442 = 10 \to b = -12$$



La representación de la gráfica nos sirve única y exclusivamente para saber que función va por encima y que función va por debajo.

$$\int_0^6 (-x^2 + 6x + 10) - (2x^3 - 12x^2 + 10)\, dx =$$

$$\int_0^6 -2x^3 + 11x^2 + 6x\, dx = \left.\frac{-x^4}{2} + \frac{11x^3}{3} + 3x^2\right]_0^6$$

$$= F(6) - F(0)$$

$$252\ u^2$$

JUNIO 2016 A2.- Dos curvas representadas por las funciones $f(x)=\frac{A}{x+9}$, $g(x)=\frac{Bx}{x^2+6x+\alpha}$ dependen de los parámetros desconocidos A, B y alfa. Responder:

d) ¿qué valores de A y B hacen que las curvas pasen por el punto $\left(1,\frac{1}{2}\right)$ y tomen valores iguales en el punto $x=5$, es decir, $f(5)=g(5)$?
e) Calcula los máximos y mínimos de las funciones.
f) Indica los dominios de definición de las funciones.

JUNIO 2016 B2.- Para financiar el viaje de fin de curso un instituto propone la venta de camisetas. Se ha hecho un estudio previo y se sabe que el numero de camisetas NC que se vendan dependerá del precio x (en €) según la función $NC(x)=180-10x,\ \ 0\leq x\leq 18$.

d) ¿Cuántas camisetas se venderían a 10€? Interpreta el aumento o disminución del numero de camisetas vendidas por cada euro que aumente o disminuya el precio.
e) Obtén la función que expresa los ingresos por la venta. ¿Para que precio los ingresos son máximos? ¿Cuantas camisetas s venderían en este caso?
f) El almacén que suministra camisetas nos cobra en total $C(z)=4z+50$ euros por un pedido de z camisetas. Obtén el coste total pagado al almacén por las camisetas vendidas en función del precio de venta x. Obtén la función de beneficio (en función de x) y el precio x para conseguir el máximo beneficio.

JULIO 2016 A2.- El polinomio cubico $f(x)=ax^3+bx-22$ pasa por el punto (1,0) y tiene un máximo en $x=2$. Responder a las siguientes preguntas:

c) Encontrar con la información anterior los coeficientes de a y b.
d) Encontrar el mínimo y el máximo de la función $f(x)$ y hacer un esbozo de la gráfica del polinomio con todas sus características significativas.

JULIO 2016 B2.- A lo largo de la semana una planta potabilizadora de agua aporta al deposito municipal una cantidad de litros expresada por la función $p(x)=10x^2-100x+550$, donde $0\leq x\leq 7$ representa el instante de la semana medido en días. De la misma manera, la demanda de agua se representa por la función $d(x)=-10x^2+80x+240$. Por un lado el flujo de agua en el instante x es la diferencia entre lo aportado y lo extraído, es decir, $f(x)=p(x)-d(x)$ y por otro el excedente $e(r)$ es la cantidad de agua acumulada hasta el momento r, $e(r)=\int_0^r f(x)dx$. Responder:

d) ¿cuál es el instante de mayor demanda?
e) ¿En que intervalo de tiempo el flujo es negativo, es decir, el deposito se esta vaciando?
f) ¿cuál es el excedente al final de la semana $(r=7)$?

JUNIO 2015 A2.- El beneficio diario $B(x)$ obtenido por una empresa al vender x unidades de un articulo viene dado por la función:

$$B(x) = -x^2 + 360x - 18000 \qquad 50 \leq x \leq 350$$

c) ¿Cuál es el beneficio obtenido al vender 100 unidades? ¿Cuantas unidades se han vendido si el beneficio diario ha sido de 13500 euros?
d) ¿Cuál es el numero de unidades que hay que vender para que el beneficio sea máximo? ¿A cuanto asciende ese beneficio?

Lo primero que tienes que hacer para responder a la primera parte de la pregunta a, es cambiar $x = 100$ para así calcular el beneficio asociado a la venta de 100 unidades.

$$B(100) = -100^2 + 360 \cdot 100 - 18000 = 8000€$$

La segunda parte del apartado a, tienes que determinar cuantas unidades debes de vender para que el beneficio que vas a obtener sea 13500€.

$$B(x) = 13500 \rightarrow 13500 = -x^2 + 360x - 18000$$

$$-x^2 + 360x - 31500 = 0 \rightarrow x = \frac{-360 \pm \sqrt{360^2 - 4(-1)(-31500)}}{-2} = \begin{cases} x = 150 \\ x = 210 \end{cases}$$

Para obtener ese beneficio debes de vender 150 unidades o 210 unidades.

Para terminar y responder a la pregunta b, como habla del calculo de un máximo, tienes que calcular la primera derivada e igualarla a cero.

$$B'(x) = -2x + 360 \rightarrow B'(x) = 0 \rightarrow x = 180$$

Ya sabes que para tener los máximos beneficios debes de vender 180 unidades.

Ahora para saber a cuanto ascienden esos beneficios máximos, debes de cambiar $x = 180$ en la función:

$$B(180) = -180^2 + 360 \cdot 180 - 18000 = 14400€$$

Este es el beneficio máximo que lograras.

JUNIO 2015 B2.- Calcular los valores de los parámetros a y b para que la curva de ecuación

$y = f(x) = x^3 + ax^2 + b$, presente un extremo relativo en el punto $(2,6)$. ¿Qué tipo de extremo es?

Calcular la integral definida: $\int_1^2 f(x)\ dx$

Date cuenta de que te están proporcionando un máximo en forma de punto, con esto puedes deducir dos cosas, pero antes calcula la primera derivada de la función ya que la vas a necesitar:

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax$$

$$Extremo\ relativo \to (2,6) \to \begin{cases} f(2) = 6 \\ f'(2) = 0 \end{cases} \to \begin{cases} 8 + 4a + b = 6 \\ 12 + 4a = 0 \end{cases}$$

$$a = -3$$

$$8 + 4a + b = 6 \to 8 + 4(-3) + b = 6 \to b = 10$$

Para saber si el punto se trata de un máximo o un mínimo calcula la segunda derivada de la función:

$$f''(x) = 6x - 6 \to x = 2 \to f''(2) = 6 \to MÍNIMO$$

Ahora que ya sabes el valor de los parámetros tienes que calcular l siguiente integral:

$$\int_1^2 x^3 - 3x^2 + 10\, dx = \left[\frac{x^4}{4} - x^3 + 10x\right]_1^2 = F(2) - F(1) =$$

$$F(2) = \frac{16}{4} - 8 + 20 = 16$$

$$F(1) = \frac{1}{4} - 1 + 10 = \frac{37}{4}$$

$$16 - \frac{37}{4} = 6{,}75\ u^2$$

JULIO 2015 A2.- El precio de la entrada en una sala de cine puede aumentar o disminuir de 50 en 50 céntimos con arreglo a la formula, $p = 6 + 0{,}5x \;\; (x = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \ldots.)$. El número de espectadores correspondiente a ese precio se calcula mediante la formula $e = 320 - 20x$

$$(x = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \ldots.).$$

d) Calcular el numero de espectadores correspondiente a un precio de 5,5 6 6,5 euros. ¿Cómo puedes interpretar el aumento o disminución del numero de espectadores en función del precio?
e) Calcular la función que expresa los ingresos obtenidos en la sala en función de la variable x, desarrollando su expresión.
f) ¿Cuál es el precio de la entrada que hace que los ingresos sean máximos? ¿Cuál es el numero de espectadores correspondientes a ese precio? ¿A cuanto ascienden esos ingresos máximos?

El ejercicio en un primer apartado quiere que calcules cual es el numero de espectadores que van al cine cuando el precio de la entrada es $5{,}5 - 6 - 6{,}5$. Primero tienes que calcular el valor de x con la ecuación que representa el precio y después sustituir esa x en la ecuación que determina el numero de espectadores.

$$\boldsymbol{p = 5,5} \to 5{,}5 = 6 + 0{,}5x \to x = -1, \textit{ahora en la expresión del numero de espectadores}:$$

$$x = -1 \to e = 320 - 20(-1) \to e = 340$$

$$\boldsymbol{p = 6} \to 6 = 6 + 0{,}5x \to x = 0, \textit{ahora en la expresión del numero de espectadores}:$$

$$x = 0 \to e = 320 - 20(0) \to e = 320$$

$$\boldsymbol{p = 6,5} \to 6{,}5 = 6 + 0{,}5x \to x = 1, \textit{ahora en la expresión del numero de espectadores}:$$

$$x = 1 \to e = 320 - 20(1) \to e = 300$$

Es evidente, y espero que de esto te des cuenta, a medida que se encarece el precio de la entrada de cine, disminuye la asistencia. Por el contrario, siendo mas barata, acude mas gente.

Para saber los ingresos, tienes que saber cuantas personas van al cine y el precio de la entrada, ya que;

$$ingresos = precio \cdot personas \to ingresos = (6 + 0{,}5x) \cdot (320 - 20x)$$

$$I = 1920 - 120x + 160x - 10x^2 \to I = -10x^2 + 40x + 1920$$

Ahora el ejercicio te hace una serie de preguntas relacionadas con el mayor ingreso, es decir, máximo:

$$I' = -20x + 40 \to I' = 0 \to x = 2$$

El precio que tienes que poner para obtener el mayor ingreso: $p = 6 + 0{,}5(2) \rightarrow p = 7$

El número de espectadores que irán al cine: $e = 320 - 20(2) \rightarrow e = 280$

Y finalmente para saber los ingresos que obtienes: $I = p \cdot e = 7 \cdot 280 \rightarrow I = 1960$

JULIO 2015 B2 .- Sea $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 4$,

c) Calcular el valor de los parámetros a y b para que la función tenga extremos relativos para los puntos de abscisa $x = -1\ y\ x = 3$. ¿qué tipo de extremos son?
d) Calcular para $a = b = 1$ la integral definida $\int_0^3 f(x)\ dx$.

Recuerda como siempre en este tipo de ejercicios, calcula lo primero la primera derivada ya que la vas a necesitar, y después saca la información:

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$$

$$Extremos \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} f'(-1) = 0 \\ f'(3) = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} 3 - 2a + b = 0 \\ 27 + 6a + b = 0 \end{matrix}$$

Ahora con las dos ecuaciones en color verde tienes que hacer un sistema para determinar el valor de los parámetros a y b. Utiliza el método que mas sencillo te resulte, yo en este lo hare con el método de reducción:

$$\begin{array}{c} 3 - 2a + b = 0 \\ 27 + 6a + b = 0 \\ \hline -24 - 8a = 0 \end{array}$$

Es decir, $a = -3$, si ya sabes cual es el valor del parámetro a, solamente tienes que sustituirlo en una de las dos ecuaciones y hallar b: $3 - 2(-3) + b = 0 \rightarrow b = -9$

Para saber si es MAX o min, recuerda que al ser una ecuación polinómica va a ser mas sencillo

$$f''(x) = 6x - 6 \rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} f''(-1) = -12 < 0 \rightarrow MAXIMO \\ f''(3) = 12 > 0 \rightarrow MINIMO \end{matrix}$$

$$\int_0^3 x^3 + x^2 + x + 4\,dx = \left[\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + 4x\right]_0^3 = F(3) - F(0) = \frac{183}{4}u^2$$

$$\mathrm{F}(3) = \frac{3^4}{4} + \frac{3^3}{3} + \frac{3^2}{2} + 4(3) = \frac{81}{4} + 9 + \frac{9}{2} + 12 = \frac{81 + 36 + 18 + 48}{4} = \frac{183}{4}$$

JUNIO 2014 B2.- Calcular el valor de los parámetros a y b para que la curva de ecuación

$y = ax^3 + bx^2$, presente un máximo relativo en el punto $(1,2)$.

Calcular los puntos de corte de dicha curva y el eje OX. Esbozar la gráfica de la función. Calcular el área de la región limitada por dicha curva y la parte positiva del eje OX.

JUNIO 2014 A2.- El numero de unidades de un cierto articulo fabricadas cada mes, x, influye en el precio de venta en euros de cada unidad según la función: $p = 1000 - \frac{x^2}{300}$. El coste total en euros de producir todas las x unidades mensuales viene dado por la formula:

$$c = 100000 + 100x$$

d) Calcular los ingresos mensuales I suponiendo que se venden las x unidades producidas. Calcular el Beneficio mensual B (es decir, los ingresos mensuales menos el coste de producir las unidades)
e) ¿Para que número de unidades x es el beneficio máximo? ¿A cuanto asciende ese beneficio?
f) ¿Cuál es entonces el precio de cada unidad?

JULIO 2014 A2.- El beneficio diario obtenido en un restaurante cuando el precio del menú es x euros viene dado por la siguiente función:

$$B(x) = -x^2 + 22x - 40$$

d) Calcula los valores de x para los que el beneficio sea nulo
e) ¿Para que precio x es el beneficio máximo? ¿a cuanto asciende ese beneficio?
f) Esbozar la gráfica de la función. ¿Entre que valores debe variar el precio del menú para que el restaurante no tenga perdidas?

JULIO 2014 B2.- Dada la curva de ecuación $y = x^3 - 3x + 2$, calcular sus máximos y mínimos relativos y sus puntos de inflexión.

Calcular los puntos de corte de dicha curva y el eje OX. Esbozar la gráfica de la función. Calcular el área de la región finita limitada por dicha curva y el eje OX.

JUNIO 2013 A2.- El numero de socios de un club de futbol ha seguido el modelo definido por la siguiente función:

$$y = x^3 - 72x^2 + 1296x + 1000 \ , \qquad 0 \leq x \leq 60$$

$$x = numero\ de\ meses\ transcurridos\ desde\ su\ fundacion, y = nuemro\ de\ socios.$$

d) ¿Cuántos socios tenia el club en el momento de su fundación? ¿Cuántos tenia al cabo de medio año? Y, ¿al de un año? ¿Cuántos socios tenia transcurridos los 60 meses?
e) Calcular, si los hubiere, el máximo y el mínimo relativos de la funció. ¿a que numero de socios corresponderían?
f) Esboza la gráfica de la función y comenta la evolución del numero de socios.

JUNIO 2013 B2.- Calcular el valor de los parámetros p y q para que la curva de ecuación

$y = x^3 + px + q$, presente un mínimo relativo en $x = 1$ y pase por el punto $(-2,0)$. Hallar, si los hubiere, otros puntos extremos de la función, indicando si son máximos o mínimos.

Esbozar la gráfica de la función anterior y hallar el área de la región finita limitada por dicha función y el eje OX.

JULIO 2013.- Una empresa de automóviles sabe que el beneficio que obtiene al fabricar x unidades viene dado por la siguiente función:

$$B(x) = -0{,}004x^2 + 4x - 360, x = numero\ de\ coches, B(x) = beneficio\ (en\ miles\ de\ euros)$$

d) ¿cuál es el mayor beneficio posible? ¿cuantos coches deben fabricarse para obtenerlo?
e) ¿Cuántos coches hay que fabricar para que no se produzcan perdidas (perdida=beneficio negativo)?
f) Representa gráficamente dicha función.

JULIO 2013 B2.- Sea la curva de ecuación $f(x) = px^2 + 2x + q$. Calcular los valores de p y q, para los que la curva pasa por el punto $(2,15)$ y tiene un máximo para $x = 1$.

Esbozar la gráfica de la función $f(x)$ y hallar el área limitada por dicha función y el eje OX.

JUNIO 2012 A2.- Sea la curva de ecuación $f(x) = x^2 + px + q$. Calcular los valores de p y q, para los que la curva pasa por el punto $(-1,12)$ y tiene un mínimo en $x = 3$.

Esbozar la gráfica de la función $f(x)$ y hallar el área limitada por dicha función y el eje OX.

JUNIO 2012 B2.- El precio de venta de un Tablet es $p = 110€/unidad$. Por razones técnicas, no se pueden producir en un mes mas de 2500 unidades. El coste mensual de fabricación de x unidades viene dado por la función:

$$C(x) = \frac{1}{10}x^2 - 100x + 20000\,, \qquad C(x) expresado\ en\ euros$$

c) Sabiendo que el beneficio es la diferencia entre los ingresos producidos por la venta de las x unidades fabricadas menos su coste de fabricación, calcular ¿Cuál es el numero de Tablet que hay que fabricar para que el beneficio sea máximo? ¿A cuanto asciende ese beneficio máximo?

d) Esbozar la gráfica de la función beneficio. ¿cuál es el mínimo número de Tablet mensuales que hay que vender para no tener perdidas? ¿Cuál es la máxima pérdida que se puede obtener en un determinado mes?

JULIO 2012 A2.- El gasto mensual de un fumador en tabaco viene determinado en función de su salario mediante la siguiente función:

$$G(x) = \frac{400x}{x^2 + 4}$$

$$x = salario\ (en\ miles\ de\ euros), G(x) = gasto\ mensual\ en\ tabaco\ (en\ euros)$$

c) Determinar el salario para el cual el gasto en tabaco sea máximo. ¿A cuanto asciende ese gasto?
d) Esbozar la gráfica de la función. ¿Para qué salarios es el gasto mensual en tabaco inferior a 60€?

Lee el enunciado detenidamente y quédate con toda la información, la variable x esta expresada en miles de euros, esto puede ser algo fundamental para tener el ejercicio perfecto.

Para saber el máximo gasto en tabaco, lo primero que tienes que hacer es calcular la primera derivada de la función e igualarla a cero.

$$G'(x) = \frac{400(x^2 + 4) - 400x \cdot (2x)}{(x^2 + 4)^2} = \frac{400x^2 + 1600 - 800x^2}{(x^2 + 4)^2} = \frac{-400x^2 + 1600}{(x^2 + 4)^2}$$

$$G'(x) = 0 \to \frac{-400x^2 + 1600}{(x^2 + 4)^2} = 0 \to -400x^2 + 1600 = 0 \to x = \pm 2$$

Ahora tienes que decir cual es el máximo y cual es el mínimo.

-2 $\qquad$ 2

$-$ $\quad$ -2 $\quad$ $+$ $\quad$ 2 $\quad$ $-$

Por tanto, en $x = -2 \to MINIMO\ \ y\ en\ x = 2 \to MAXIMO.$

Es decir, el salario para el cual el gasto en tabaco es máximo es de 2000€ (Cuidado ya que muchas y muchos solo dirían $x = 2$)

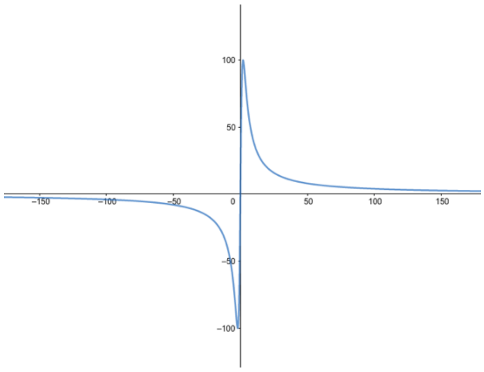
Ahora para saber a cuanto asciende el gasto, tienes que calcular:

$$G(2)=\frac{400\cdot 2}{2^2+4}=\frac{800}{8}=100€$$

Para hacer la gráfica de la función aproximadamente, teniendo el máximo y el mínimo y calculando los puntos de corte con los ejes es mas que suficiente:

$$OX(y=0)\rightarrow 0=\frac{400x}{x^2+4}\rightarrow x=0\rightarrow (0,0)$$

$$OY(x=0)\rightarrow y=\frac{400(0)}{0^2+4}\rightarrow y=0\rightarrow (0,0)$$



Para terminar el ejercicio quiere que le digamos para que salarios el gasto en tabaco será inferior a 60€, por tanto,

$$60=\frac{400x}{x^2+4}\rightarrow 60(x^2+4)=400x\rightarrow 60x^2-400x+240=0$$

Resolviendo la ecuación de segundo grado:

$$x=\frac{400\pm\sqrt{400^2-4(60)(240)}}{2(60)}=\begin{cases}x=6\\ x=\dfrac{2}{3}\end{cases}$$

Si te das cuenta, observando los resultados que has obtenido y la gráfica, puedes afirmar que para un sueldo por debajo de 666,67€ y para un sueldo por encima de los 6000€ el gasto en tabaco será inferior a 60€.

JULIO 2012 B2.- Sea la curva de ecuación $y = ax^3 + bx^2 + c$. Calcular los valores de los parámetros para que la curva pase por el punto $(0,0)$ y tiene un máximo relativo en el punto $(2,8)$. Hallar, si los hubiere, otros puntos extremos de la función indicando si son máximo o mínimos.

Dada la curva $y = 6x^2 - 3x^3$, Hallar los cortes de dicha curva con el eje OX y Calcular el área encerrada por la curva y el eje OX.

Primero para calcular los parámetros de la función que nos da el enunciado, tienes que sacar la información:

Como siempre te digo, calcula la primera derivada ya que prácticamente siempre la vas a necesitar:

$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx$$

$$\begin{cases} P(0,0) \\ MAX\ (2,8) \end{cases} \rightarrow Esta\ información\ nos\ da\ dos\ cosas: \begin{matrix} f(0) = 0 \rightarrow 0 = c \\ \begin{matrix} f(2) = 8 \\ f'(2) = 0 \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} 8a + 4b + c = 8 \\ 12a + 4b = 0 \end{matrix} \end{matrix}$$

Ahora con las dos ecuaciones que tienes en color verde, tienes que hacer un sistema y resolverlo por el método que vas fácil te resulte.

$$\begin{matrix} \cancel{8a + 4b = 8} \\ 12a + 4b = 0 \end{matrix}$$

$$-4a = 8$$

Aplicando el método de reducción $a = -2$

Sabiendo el parámetro a puedes determinar fácilmente el parámetro b: $8(-2) + 4b = 8 \rightarrow b = 6$

Ahora quiere que calculemos los posibles máximos y mínimos de esta función: $y = -2x^3 + 6x^2$

Calcula la primera derivada e iguala a cero para sacar los posibles máximos y mínimos:

$$y' = -6x^2 + 12x \rightarrow y' = 0 \rightarrow x(-6x + 12) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Calcula ahora la segunda derivada para comprobar si esos valores son un máximo o un mínimo.

$$y'' = -12x + 12$$

$$x = 0 \rightarrow y'' = 12 > 0 \rightarrow MINIMO$$

$$x = 2 \rightarrow y'' = -12 < 0 \rightarrow MAXIMO(tal\ y\ como\ decia\ el\ enunciado)$$

Ahora el ejercicio te pide algo totalmente diferente a lo que estabas haciendo. Calcula los puntos de corte de esta función con el eje OX, es decir $y = 0$:

$$y = 6x^2 - 3x^3$$

$$0 = 6x^2 - 3x^3 \rightarrow 0 = x^2(6 - 3x) \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Ahora tienes que calcular el área de la función entre esos dos valores, es decir,

$$\int_0^2 6x^2 - 3x^3 dx = \left[2x^3 - \frac{3x^4}{4}\right]_0^2 = F(2) - F(0) = 4 - 0 = 4u^2$$

$$F(2) = 2 \cdot (2)^3 - \frac{3 \cdot 2^4}{4} = 16 - 12 = 4$$

$$F(0) = 0$$

JUNIO 2011 A2.- La función siguiente describe la evolución a lo largo del tiempo t (en meses) del precio P (t) (en miles de euros) de cierto aparato electrónico, desde que se puso a la venta $(t = 0)$:

$$P(t) = \frac{t+2}{t+1} \quad t \geq 0$$

c) Representar gráficamente esa función, hallando los intervalos de crecimiento-decrecimiento y los de concavidad-convexidad, así como los extremos relativos, los puntos de inflexión y las asíntotas (si los hubiere).
d) Hallar el precio inicial del aparato y los que alcanzó al cabo de 9 meses y a los 2 años de estar en el mercado. ¿Tiende a estabilizarse el precio alrededor de alguna cantidad con el paso del tiempo?

JUNIO 2011 B2.- Se considera el recinto OAB, donde $O \rightarrow (0,0)$ es el origen de coordenadas $A(1,1), B(-1,1), OA\ y\ OB$ son segmentos rectilíneos y AB es un arco de la curva $y = 2 - x^2$.

c) Representa gráficamente dicho recinto.
d) Hallar su área.

JULIO 2011 A2.- Dadas las funciones: $f(x) = x^2 \quad g(x) = (1+x)^2$

Hallar:

c) Las funciones compuestas $fog\ \ y\ gof$, y sus correspondientes derivadas primera y segunda.
d) Los extremos relativos y los puntos de inflexión de las funciones compuestas.

JULIO 2011 B2.- La función siguiente describe la evolución a lo largo del tiempo t (en años) del volumen V(t) (en millones de metros cúbicos) de agua embalsada en un pantano, durante los 7 primeros años transcurridos desde su inauguración $(t = 0)$:

$$V(t) = t(t-6)^2 + 1, \quad 0 \leq t \leq 7.$$

c) Representar gráficamente esa función, hallando los intervalos de crecimiento-decrecimiento, los extremos relativos y los puntos de inflexión.
d) ¿En qué momento (o momentos) fue máximo el volumen de agua embalsada? ¿En qué momento (o momentos) fue mínimo? ¿Cuánta agua había en cada uno de los casos?

JUNIO 2010 A2.- Representa gráficamente la función definida en el intervalo $[0,4]$

$$f(t)=\frac{t^3}{3}-\frac{3t^2}{2}+2t+1,\quad 0\leq t\leq 4$$

Especificando claramente los intervalos de crecimiento y decrecimiento, los intervalos de concavidad y convexidad, así como los extremos relativos y los puntos de inflexión, si los hubiere.

JUNIO 2010 B2.- Dada la función $y=x^2e^{-x}$, hallar:

d) Las dos primeras derivadas
e) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento, así como los extremos relativos y los puntos de inflexión si los hubiere
f) La gráfica de la curva en el intervalo $[-2,3]$

JULIO 2010 A2.- Un fabricante vende su producto a S e por tonelada. La demanda mensual x (en toneladas) viene dada por x = 8000 − 4 S. El coste (en euros) de la producción de x toneladas es

C (x) = 2,5 x2 + 50000, y los gastos adicionales generados son de 300 e por tonelada.

c) Expresar el beneficio mensual de la empresa como una función de S.
d) Hallar el valor que debe tener S para que ese beneficio mensual sea máximo.

JULIO 2010 B2.- Se considera la función

$$f(x)=\begin{cases} x^2 & 0\leq x\leq 1\\ ax+2 & 1<x\leq 2\end{cases}$$

Hallar el valor que debe tener a para que la función sea continua. Haz la representación gráfica.

Hallar el área del recinto limitado por la curva y el eje OX